SUMA 52
Junio 2006, pp. 73-76

La magia del 9

Siempre que utilizamos en clase algunos recursos como juegos, pasatiempos, vídeos, prensa, historia de la matemática, materiales para manipular, etc. pretendemos interesar a los alumnos en la materia. Uno de los recursos con los que se puede conseguir este objetivo es la magia.

Muchos trucos de magia se fundamentan en conceptos matemáticos, por ejemplo reglas numéricas, combinaciones de orden, misteriosas reparticiones geométricas, aplicaciones topológicas sencillas, etc. Por ello, esos trucos pueden ser utilizados en clase, ya que abarcan parte del temario que tenemos que desarrollar.

Muchos trucos de magia se fundamentan en conceptos matemáticos: Reglas numéricas, combinaciones de orden, misteriosas reparticiones geométricas, aplicaciones topológicas sencillas...

Utilizar los trucos de magia tiene una serie de ventajas. Por un lado, motiva poderosamente a los alumnos ya que cuando se les hace un truco, inmediatamente muestran interés por conocer cómo puede hacerse. Gracias a lo anterior, y si nuestros alumnos lo permiten, podemos profundizar en las propiedades matemáticas que fundamentan la explicación del truco. Puede servir además para que los alumnos investiguen en esa línea y se inventen trucos parecidos. Cualquier truco de magia favorece, además, el cálculo mental, algo que cada vez es más difícil de conseguir. Por otro lado, el descubrir que en una actividad tan lúdica, y a simple vista tan alejada de la ciencia como es la magia, existe relación con las matemáticas, refuerza la idea de que la matemática está mucho más presente en el mundo cotidiano que nos rodea de lo que los alumnos creen.

En este artículo mostramos algunos trucos basados en un contenido matemático tradicional en nuestras clases, la divisibilidad por 9. Vamos a presentar los trucos, explicar cómo se ejecutan por parte del mago y desarrollar todo el contenido algebraico que fundamenta su realización. De esa forma el profesor que quiera utilizarlos puede decidir el grado de profundización con que los tratará en sus clases, según los alumnos que tenga.

Divisibilidad por 9

Restar un múltiplo de 9

El mago le pide a un espectador que realice las siguientes acciones:

a) Piense un número de dos cifras.
b) Multiplique el número anterior por diez.
c) Elija un múltiplo de nueve cualquiera que sea menor que 90.

Grupo Alquerque de Sevilla
Constituido por:
Juan Antonio Hans Martín. *C.C. Santa María de los Reyes.*
José Muñoz Santonja. *IES Macarena.*
Antonio Fernández-Aliseda Redondo. *IES Camas.*
juegos.suma@fespm.org

d) Reste ese múltiplo del resultado de multiplicar por 10 el número pensado.
e) Por último le indica al mago el resultado de la diferencia y el mago enseguida descubre cuál era el número inicial.

Para hallar ese número lo único que debe hacer el mago es quitar la cifra de las unidades y sumársela al número que queda.

Lo asombroso de este truco es que el múltiplo de 9, que de forma aleatoria elige el espectador y que el mago no llega a conocer nunca, es innecesario para descubrir el número pensado inicialmente.

> Por ejemplo, si el espectador piensa en el número 43 y después elige como múltiplo de 9 el 72, la operación realizada da como resultado 358. Si ahora quitamos la última cifra y se la sumamos a lo que queda 35 + 8 = 43 nos da el número original.
>
> $$430 - 72 = 358 \to 35 + 8 = 43$$

Como hemos dicho, este proceso es independiente del múltiplo de 9 que se utilice (puede probarse en el caso anterior con otros múltiplos). Vamos a ver por qué.

La explicación es fácil. Si x es el número pensado, se multiplica por 10 y se le resta $9a$ (siendo $a < 10$); lo que se ha hecho es $10x - 9a$; si sumamos y restamos a obtendremos

$$10x - 9a - a + a = 10x - 10a + a = 10(x - a) + a$$

Si quitamos la última cifra del número (que a la fuerza debe ser a) y consideramos las dos primeras como un número de dos cifras, es como si dividiésemos entre 10, por lo que nos quedaría $x - a$. Luego si ahora le sumamos a nos queda el número inicial x.

Puede darse el caso de que el número que se le dice al mago sea sólo de dos cifras en lugar de tres (eso ocurre si el número que piensa el espectador es menor que 19 y le resta un múltiplo de 9 grande), entonces, siguiendo la explicación anterior, basta sumar las dos cifras.

La cifra tachada

Un espectador piensa un número de cuatro cifras y calcula la suma de esas cuatro cifras. A continuación le resta al número pensado el valor de la suma. Luego tacha una de las cifras (que no sea un cero) del resultado de la resta y le dice al mago las cifras restantes en el orden que quiera. Inmediatamente el mago indica cuál ha sido la cifra tachada.

La justificación de este truco se basa en la divisibilidad por 9. Si a un número cualquiera se le resta la suma de sus cifras, el resultado siempre es un múltiplo de 9. La demostración es inmediata.

Si consideramos el número

$$abcd = 1000a + 100b + 10c + d$$

la operación que hacemos es

$$(1000a + 100b + 10c + d) - (a + b + c + d) =$$
$$= 999a + 99b + 9c$$

Por lo tanto, si se tacha una de las cifras de ese número, el mago sólo debe sumar mentalmente las cifras que se le van diciendo y cuando lo tenga, basta con buscar qué cantidad falta para que esa suma sea múltiplo de 9. Esa cantidad es la cifra tachada.

Por ejemplo, si se ha pensado el 5293 se realiza la operación 5293 – 19 = 5274, si ahora tachamos el 7 y sumamos las demás cifras 5 + 2 + 4 = 11 nos faltan 7 unidades para el siguiente múltiplo de 9, luego ese es el número tachado.

Podría darse el caso de que al sumar las cifras resultantes nos saliese directamente múltiplo de 9, entonces la cifra tachada tendría que ser un 9 (otra posibilidad sería el 0, pero eso lo hemos descartado).

Este truco puede presentarse también de otra forma. Se le pide al espectador que piense un número de cuatro cifras donde no sean todas iguales, a continuación debe reordenar de distinta manera las cifras para obtener otro número, y restar los dos números. Con la diferencia hace lo mismo que en el caso anterior.

Es decir, si parte de 5293 podría escribir el 2539 y al efectuar la diferencia obtendríamos 5293 – 2539 = 2754, que vuelve a ser múltiplo de 9.

El resultado 1089

Hay una curiosidad numérica clásica, fácil de encontrar en muchos libros de matemática recreativa, que es conseguir el número 1089. Tanto al final como en sus pasos intermedios puede servir como un buen truco de magia y para trabajar en clase conceptos algebraicos. Tan aficionados como a veces somos a los ejercicios en los que queremos encontrar un número de tres cifras que al cambiar las unidades y las centenas entre sí la diferencia tiene un cierto valor, veremos que aquí podemos trabajar lo mismo de una forma más atractiva, igual que hemos visto en el caso anterior.

Un espectador elige un número de tres cifras que no sea capicúa, cambia entre sí la primera y última cifra y resta el mayor menos el menor de los dos números obtenidos. Si el espectador le indica al mago la primera o última cifra, éste puede saber inmediatamente cuál es el resultado de la diferencia.

Si por ejemplo piensa en el 429, debe realizar la resta

$$924 - 429 = 495$$

El resultado de esa resta es un múltiplo de 9 (por las razones vistas en el apartado anterior) con la característica de que la cifra de las decenas es siempre 9 y la suma de las unidades y las centenas es también 9.

Veámoslo algebraicamente. Si se piensa en el número *abc* (supongamos que $a > c$) entonces

$$abc - cba = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = \\ = 99a - 99c = 99\,(a - c)$$

Supongamos que $a - c = x$.

Vamos a demostrar que $99x$ es un número de tres cifras, donde la cifra de las decenas es 9 y la suma de las unidades y las centenas también es 9.

$$99x = 100x - x = 100\,(x - 1) + 100 - x = \\ = 100\,(x - 1) + 90 + 10 - x$$

En esta expresión la cifra de las centenas es $x - 1$, la de las unidades $10 - x$ (luego su suma da 9) y la de las decenas es 9.

Podemos seguir con el truco. Si al número que se ha obtenido al restar los dos números originales se le vuelve a cambiar la primera y última cifra y se suman los dos últimos números, siempre se obtiene como resultado 1089.

A partir de lo anterior podemos demostrarlo rápidamente:

$$[100\,(x - 1) + 90 + 10 - x] + [100\,(10 - x) + 90 + x - 1] = \\ = 100\,(x - 1 + 10 - x) + 180 + 10 - x + x - 1 = \\ = 900 + 180 + 9 = 1089$$

Los cuatro ases

Dentro de la magia los trucos con cartas suelen ser muy atractivos, no en vano dan lugar a una disciplina particular, la cartomagia. Entre los trucos matemáticos son también muy interesantes, pues aunque estemos trabajando con números (ya que contamos y ordenamos constantemente) no es tan evidente que los sostiene un fundamento matemático.

Para el primer truco el mago debe tener preparadas las cartas como indicaremos más adelante y realizar las siguientes acciones.

El mago saca cuatro voluntarios y les indica que piensen un número entre el 10 y el 20 (menor que este último). Le pide el número pensado al primer espectador y va colocando tantas cartas del mazo como ese número indique, una a una, sobre un montón en la mesa. Al acabar se da cuenta de que no va a tener cartas para todos, entonces le pide al espectador que sume las cifras de su número y retira del montón de la mesa tantas cartas como la suma, colocándolas una a una sobre el mazo que tiene en la mano. La última carta que quedaba en el montón de la mesa se la entrega, sin que se vea, al espectador y el montón que quedaba sobre la mesa lo vuelve a colocar sobre el mazo.

Repite la misma operación con los otros tres espectadores y al acabar, los voluntarios del público muestran sus cartas y resulta que tienen los cuatro ases de la baraja.

El truco se basa en cómo tenemos preparadas las cartas y en lo que vimos antes de que si a un número le restamos la suma de sus cifras, el resultado es siempre un múltiplo de 9. Como hemos elegido números menores que 20, el resultado de la resta es siempre 9. Es decir, nosotros vamos a entregar siempre la novena carta desde el principio del mazo, independientemente del número que haya elegido el espectador. Por lo tanto, sólo tenemos que preparar las cartas, antes de comenzar, de forma que los cuatro ases ocupen los lugares 9, 10, 11 y 12 desde el principio del mazo.

Los dos montones

Se entrega una baraja francesa de póquer o una baraja española con ochos y nueves (de forma que haya por lo menos 48 cartas) a un espectador, se le pide que baraje a placer y que realice las siguientes acciones:

a) Divida el mazo en dos montones de aproximadamente la misma cantidad de cartas (no es necesario que sean exactamente la misma cantidad).
b) Elija uno de los dos montones y cuente de forma secreta el número de cartas de ese montón.
c) A continuación sume las dos cifras del número de cartas y retire del montón elegido tantas cartas como indique esa suma realizada, colocándolas sobre el otro montón.
d) Después, tome la primera carta del montón que tiene en la mano y la mire para recordarla más tarde.
e) Coloque la carta que ha visto sobre el mazo de la mesa y encima de todo el montón que aún le queda en la mano.
f) Por último entregue el mazo al mago que enseguida descubre cuál era la carta que el espectador había mirado.

El truco se vuelve a basar en la divisibilidad de 9. Como en cada montón hay alrededor de 25 cartas, si le quitamos tantas como la suma de las cifras, nos queda el anterior múltiplo de 9. Es decir, al acabar el paso c) siempre nos quedará en la mano un total de 18 cartas. Por lo que cuando le entreguen el mazo basta que cuente hasta la carta 18 para hallar la carta buscada.

También se puede completar el truco escribiendo una frase que tenga 18 letras como por ejemplo “El gran Mago Santonji” y pedirle al espectador o a otra persona que deletree la frase mientras va apartando cartas del mazo. La última carta quitada será la buscada. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOLT, B. (2001): "La magia de las matemáticas", *SUMA*, n.º 36, pp. 5-15.

BRACHO, R. (1999): *Actividades recreativas para la clase de Matemáticas*, Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía, Delegación Provincial de Córdoba.

GARDNER, M. (1992): *Magia inteligente*, Zugarto ediciones, Madrid.

LANDER, I. (1989): *Magia Matemática*, Labor, Barcelona.

MUÑOZ, J.; HANS, J. A. y FERNÁNDEZ-ALISEDA, A. (2003): "La magia también se nutre de matemáticas", en *Actas de las X Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, pp. 801-805, Zaragoza.

MUÑOZ, J., HANS, A. y FERNÁNDEZ-ALISEDA A. (2003): "Matemáticas y magia", en *Actas de III Jornadas Provinciales de Matemáticas*, pp. 113-128, Madrid.

MUÑOZ SANTONJA, J. (2003): *Ernesto el aprendiz de matemago*, Nivola, Madrid.

PERELMAN, Y. (1983): *Problemas y experimentos recreativos*, Mir, Moscú.