

RECURSOS, EXPERIENCIAS Y PROPUESTAS PARA EL AULA

BRICOLAJE MATEMÁTICO: UNA ALTERNATIVA EN LA BÚSQUEDA DE RECURSOS DIDÁCTICOS

E

Antonio Fernández-Aliseda Redondo

I.E.S. Camas

Juan Antonio Hans Martín

C.C. Santa María de los Reyes

José Muñoz Santonja

I.E.S. Macarena

José Blanco García

I.E.S. Ilipa Magna

Josefa M^a Aldana García

C.C. Inmaculado Corazón de María

Grupo ALQUERQUE de Sevilla

RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS

Las Matemáticas suelen estar socialmente consideradas como una asignatura muy difícil de asimilar y sólo al alcance de una «selecta» minoría. Está universalmente aceptada su «dificultad» de aprendizaje por lo que no se recibe de la misma manera un suspenso en Matemáticas que un suspenso en Historia o en Música. Desde hace muchos años, los profesores de Matemáticas (al menos, algunos) han intentado buscar herramientas que permitieran a sus alumnos entrar a ese círculo de «iniciados».

Dentro de esas herramientas podemos catalogar los recursos y materiales didácticos que, al ser susceptibles de manipulación por parte de los alumnos, permiten que éstos accedan a nuevos conocimientos «haciendo» Matemáticas en lugar de estudiándolas.

Hay asignaturas en las que se acepta sin dudar la necesidad de utilizar materiales didácticos para su enseñanza. Nadie discute el uso de recursos en Ciencias Naturales, Física y Química, Geografía, etc., pero sí aparecen opiniones encontradas al referirse a las Matemáticas. Hay que tener en cuenta que hace menos de una dé-

cada que han comenzado a aparecer Laboratorios de Matemáticas en los centros no universitarios; aún hoy día son muy escasos y se encuentran, en la mayoría de los casos, en fase experimental. Y no hablemos de la Universidad, en la que la licenciatura de Matemáticas está englobada dentro de las Carreras Experimentales (por lo que se pagaba una matrícula más alta que en otras) y lo que se suele experimentar al pasar por ellas no puede ser reproducido en un artículo decente.

Al menos desde la implantación de la Ley de Educación de 1970, se acepta que en la Enseñanza Infantil y Primaria se puedan utilizar materiales para introducir conceptos matemáticos, como, entre otros, los Bloques Lógicos, las Regletas Cuisenaire o distintos tipos de dominós. Es curioso que estos materiales, por ejemplo las regletas, son bastante multivalentes. No lo decimos porque algún amigo nuestro las utilice para simular los problemas de cerillas y palillos, sino porque se pueden utilizar, desde la introducción de los rudimentos de la aritmética, hasta para explicar las progresiones, como hace el profesor Puig Adam en su artículo «Progresiones aritméticas de orden superior (Lección activa con las regletas Cuisenaire)» (VV.AA.; 1967).

En el nivel secundario la cosa varía. A principios de los noventa, en la gran mayoría de institutos, el inventario de los seminarios de Matemáticas se reducía a un listado de libros; en muchas ocasiones se daba la paradoja de que había más libros de Matemáticas superiores que de didáctica. Incluso hoy día, hay un alto número de profesores de Matemáticas que expresan su total rechazo a la utilización de recursos y materiales en sus clases, si exceptuamos a la calculadora gráfica (a la que han llegado no por un desarrollo lógico de la calculadora de bolsillo, sino «puenteándola»).

Podemos pensar que el uso de materiales en las clases de secundaria sólo ha venido impuesto por la aplicación forzosa de la LOGSE. La verdad es que creemos que fue la legislación de 1970 la que con su nivel de abstracción, desterró los materiales de las aulas. Como ejemplo tomemos la *«Memoria del estado del Instituto de Sevilla (actual I.E.S. San Isidoro) durante el curso 1879/80»* y en sus listados de material científico (página 52) aparece la siguiente relación para la enseñanza de las Matemáticas:

1. Metro de metal y cinta de diez metros.
2. Colección completa de medidas de madera con aros de hierro comprendiendo desde el hectolitro hasta el medio decilitro.
3. Colección de medidas de cobre; de doble altura que diámetro, desde el decalitro hasta el centilitro.
4. Colección de medidas de lata, comprendiendo desde el doble litro hasta el centilitro.
5. Colección de pesas de hierro con argolla, desde veinte kilogramos hasta medio decagramo.
6. Marco de un kilogramo, en bronce, hasta el miligramo.
7. Vara de Castilla en hierro.
8. Colección de doce figuras en cobre, representando intersecciones de planos y posiciones de rectas respecto de los mismos.

9. Colección de diez cuerpos geométricos, en caoba, seccionados por planos en diversas posiciones.
10. Los cinco cuerpos regulares en marfil.
11. Hiperboloide alaveado construido por generatrices en seda con ataduras de plaqué.
12. Paraboloide alaveado construido de la misma manera que el anterior.
13. Multiplicador mecánico.
14. Caja de figuras geométricas, en madera y alambre, para las demostraciones de los teoremas elementales.

Y eso a pesar de que en este curso no aparecen, como en la memoria del curso anterior, 32 elementos para Topografía.

Pero dejemos el tema de la importancia de los materiales de lado. El motivo de estas páginas no es hablar de su necesidad, de la que los autores somos fervientes defensores, sino del modo de conseguir que los alumnos se entusiasmen y aprendan matemáticas manipulando o creando materiales con distintos elementos, en muchos casos de desecho.

A LA BÚSQUEDA DE MATERIALES

No es extraño que los profesores que quieren enseñar de una forma más activa algún concepto, no encuentren materiales que aborden esos aspectos, bien por problemas económicos o porque no existan.

Debido a lo anterior, muchos profesores se crean o recrean sus propios materiales. Tenemos casos evidentes en nuestro país. El Grupo Cero de Valencia o el Grupo Azarquiel de Madrid, han creado o adaptado montones de materiales para una enseñanza más dinámica. Acercándonos aún más a nuestro entorno, el profesor Luis Berenguer elabora multitud de materiales muy atractivos y de inmediata aplicación en clase. Aunque parezca complicado, la verdad es que no presenta mucha dificultad adaptar materiales ya publicados, o incluso pasatiempos de la prensa, a aquellos conceptos que queremos explicar y para los que no encontramos elementos que nos gusten (ver Muñoz y otros; 1998).

Nuestra línea de trabajo, que queremos aquí presentar, va en ese sentido. Cómo adaptar materiales que resulten de bajo presupuesto, con idea de que los propios alumnos puedan hacérselos, ya que muchas veces la elaboración por su parte de algún tipo de material, tiene tanto o más valor educativo que la manipulación del citado elemento.

NUESTRA JUSTIFICACIÓN PARA UN BRICOLAJE MATEMÁTICO

Al buscar en un diccionario de la Lengua Española el vocablo bricolaje nos encontramos con la siguiente definición: «Armar utensilios, muebles u otros objetos, utilizando elementos contruidos con otros fines».

Puede pensarse que el dedicarnos al bricolaje va engarzado con la actual pasión relacionada con el reciclaje de materiales diversos. Pero no nos confundamos. El aprovechar material de deshecho para elaborar materiales didácticos (sobretudo teniendo que lidiar con los exiguos presupuestos de nuestros departamentos) no es algo nuevo. En su artículo «Métodos de fabricación de modelos y materiales necesarios», el profesor inglés J.W. Peskett nos da toda una muestra de cómo aprovechar cualquier tipo de material para elaborar recursos didácticos. Desde el cartón de un cuaderno usado, pasando por los recambios de bolígrafos o cilindros de embalar, hasta relojes viejos o juguetes rotos. Casi todo es aprovechable.

El artículo anterior está incluido en el libro «El material para la enseñanza de las Matemáticas» elaborado por la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas. En él, profesores de la talla de Caleb Gattegno, Emma Castellnuovo o nuestro cercano Pedro Puig Adam, nos muestran cómo utilizar materiales (como por ejemplo las piezas de un mecano, o las regletas Cuisenaire) para enseñar diversas partes de las Matemáticas.

Lo ideal sería que en los centros educativos, igual que existen laboratorios de Química, Biología o Idiomas, existiera también uno de Matemáticas. El problema surge al dotar de material a ese laboratorio. Los materiales comercializados suelen ser muy caros y difícilmente asequibles para los raquíticos presupuestos con que cuentan nuestros departamentos. La verdad es que la mayoría de los laboratorios de Matemáticas que conocemos, se han dotado de material gracias a proyectos que se han presentado a convocatorias oficiales, que han sido aprobados y dotados económicamente.

Sí es verdad que aprovechando la aparición de talleres de Tecnología en nuestros centros, se pueden conseguir muchos de los materiales del laboratorio de Matemáticas. Esto conlleva que los alumnos se impliquen en su elaboración. Esta es una de las direcciones en que nos movemos. Es más, el Salón de Juegos del C.C. Santa María de los Reyes de Torreblanca, en Sevilla, se ha fundamentado en esa línea de trabajo.

Nosotros hemos llegado al bricolaje matemático, al buscar materiales que sirvieran para la clase dentro de una dinámica de resolución de problemas. Las características que pensamos que favorecen este método de trabajo son las siguientes:

1. En primer lugar el precio. Como ya hemos dicho los materiales comercializados son tremendamente caros, con lo que es difícil abastecerse de ejemplares para todo un grupo, y de poco sirve comprar un ejemplar para mostrarlo.
2. La facilidad de elaboración, tanto por parte de los profesores como de los propios alumnos.
3. La motivación. Nuestra experiencia nos demuestra que cuando es el propio alumno el que se fabrica su material, se vuelca en su estudio con mucha mayor dedicación. Y los profesores nos sentimos mucho más realizados cuando fabricamos nuestros propios materiales.
4. Los materiales que nosotros mismos elaboramos son más accesibles, no sólo en términos económicos, sino también porque podemos adaptarlos a nuestras necesidades concretas.

5. Por último, el aspecto lúdico. No hay mejor forma de aprender que disfrutar con lo que se está haciendo. Incluso muchas veces, los alumnos están aprendiendo matemáticas sin ellos mismos saberlo, con lo que es imposible que se cree el rechazo inconsciente que otras veces aparece. Es por ello por lo que vamos a clasificar nuestros materiales como juegos, a pesar de ser materiales para enseñar Matemáticas.

CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES RECICLADOS

Aunque la lista sería muy extensa, queremos presentar algunos ejemplos de los materiales que podemos fabricar a bajo costo con elementos de deshecho, o que no estaban diseñados para esos menesteres inicialmente.

Vamos a desarrollar nuestra exposición basándonos en cuatro grandes bloques:

- Juegos de tablero.
- Juegos topológicos.
- Juegos geométricos.
- Juegos combinatorios.

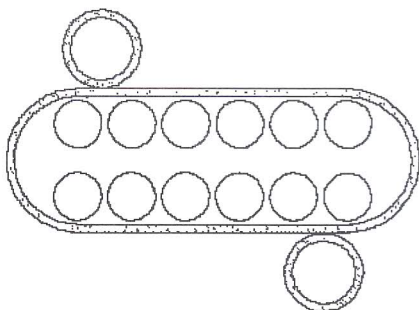
1) Juegos de tablero

La importancia de los juegos no forma parte del estudio de este artículo. La utilización de los juegos en clase de Matemáticas ha sido ampliamente estudiada por muchos profesores, especialmente por Fernando Corbalán (Corbalán; 1994). Quere-mos aquí indicar cómo nos hemos construido nosotros algunos de estos juegos.

Varios de los miembros de nuestro grupo somos muy aficionados a visitar periódicamente los mercadillos de segunda mano que se montan en nuestra ciudad (en similitud con el Rastro madrileño). En esos mercadillos solemos encontrar juegos de segunda mano, pero también materiales que realizan como publicidad marcas de productos, como por ejemplo puzzles, tangrams, juegos de tablero...

Una de las modalidades que a veces se puede encontrar en las tiendas como promoción de algunos productos son los juegos típicos de ajedrez, damas, parchís, oca, etc.. realizados en cajas de plástico, transparentes o no. Partiendo de esa idea hemos diseñado una serie de juegos utilizando como soporte cajas de Compact-disk o de CD-Rom de las que se encuentran a granel en las tiendas de *Todo a cien+ (que es otro de nuestros lugares fundamentales de aprovisionamiento de materiales baratos). Las instrucciones y tableros de juego se pueden realizar con cualquier tratamiento de textos y una aceptable impresora, las fichas pueden conseguirse a granel si se utilizan las de parchís (o en bolsas de cien que se venden para los bingos) o de damas, o bien realizarse en cartulina u otro material fácilmente manipulable como cartón pluma o panel. De ese modo, en juegos comercializados, como el de la ELE, podemos conseguir 20 ejemplares por el precio de uno en la tienda. O realizar juegos tradicionales difíciles de encontrar por otros métodos.

Hay otros juegos de tablero que se pueden simular con material reciclable. Por ejemplo, los juegos de tipo africano basados en el Mancala o el Wari, pueden construirse utilizando los cartones vacíos de huevos. Bien los de una docena directamente o los cartones grandes cortándolos convenientemente.



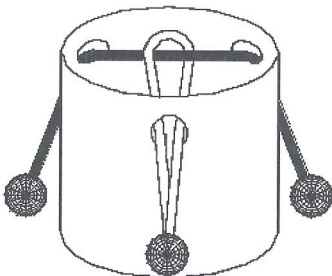
2) Juegos topológicos

Nosotros entendemos por juegos topológicos aquellos que se basan en anudamientos y cruces de cuerdas que, a simple vista, parecen imposibles de deshacer sin cortar o romper.

En todos ellos se utiliza cuerda que puede ser de cualquier tipo, incluso las que sujetan los paquetes postales que nos envían. También suelen utilizarse bolas de madera que pueden sustituirse por: bolas de los collares de trajes de gitana, botones, tapones enroscables de botellas de plástico (refresco o agua mineral), etc.. Debe ser cualquier material rígido que no se cuele por los lugares por donde circula la cuerda. Este bloque, que es uno de los que más hemos trabajado, podemos subdividirlo en otros tres:

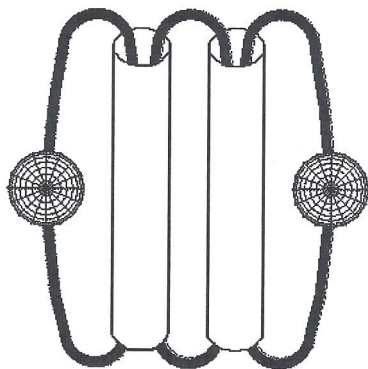
a) Juegos modelo tapón

Como el que muestra la figura, cuya intención es separar las dos cuerdas sin desatar los nudos. El tapón puede ser de cualquier material, aunque nosotros los trabajamos principalmente con los cubos apilables de los niños pequeños, pero se pueden utilizar los tapones de los aerosoles (los insecticidas y ambientadores).



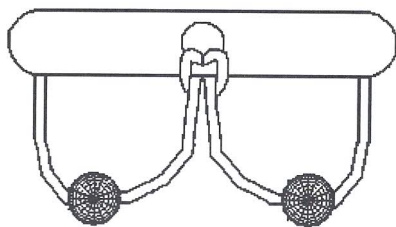
b) Juegos de tipo cilindro

En el que aparece en la figura hay que unir las dos bolas (que evidentemente no entran por el agujero del cilindro) en el mismo trozo de cuerda. Nosotros utilizamos distintos materiales para el tubo cilíndrico, entre otros: tubos vacíos de fax, tubos de papel de aluminio (los de papel higiénico o papel de cocina son muy débiles para estos puzzles), mangos de plumeros usados o de algunos recogedores pequeños (los que no llevan metal o madera por dentro).



c) Juegos de tipo africano

Hay toda una serie de puzzles y rompecabezas muy corrientes en el continente africano basados en la misma idea que los anteriores (deshacer nudos o unir piezas). Tienen la característica de ir sobre una pieza de madera como podemos apreciar en el gráfico.

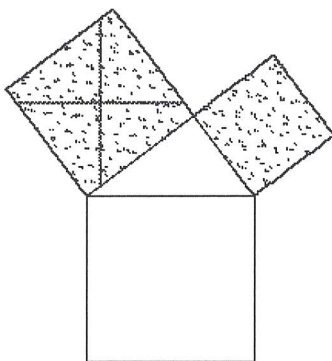


Esa pieza de madera que se puede sacar de muchos deshechos de juguetes infantiles, la hemos sustituido perfectamente por depresores de los que usan los médicos para explorar la garganta de los enfermos. Los ideales son los de plástico pues son más resistentes, pero también se pueden hacer con los de madera.

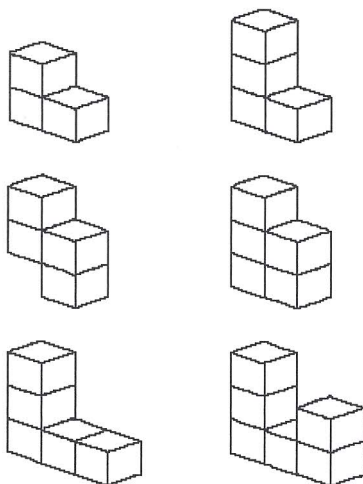
3) Juegos geométricos

Este bloque de puzzles suelen realizarse en madera, usando panel o cubos. La mayoría de las veces hay que construirlos a base de bricolaje casero o aprovechando, como dijimos anteriormente, los talleres de Tecnología de los centros. A veces se pueden conseguir cubitos de madera de los puzzles infantiles, nos referimos a aquellos que tienen letras del alfabeto o dibujos para montar. En este caso conviene que sean de dos o tres centímetros como máximo, pues en caso contrario, quedan los puzzles muy grandes y poco manejables.

Dentro de estos juegos podemos considerar los **puzzles planos**, en los que entrarían, por ejemplo, las demostraciones geométricas del Teorema de Pitágoras como aparece en la figura siguiente.



Por otro lado estarían los **tridimensionales**, sobretodo los policubos del que quizás el más conocido sea el Cubo Soma. Nosotros trabajamos con más divisiones del cubo de 3x3x3. Como ejemplo, tenemos las divisiones siguientes que corresponden al **Cubo de Hans**.



4) Juegos combinatorios

Estos se basan en la necesidad de probar distintas combinaciones, bien de colores o de formas, ordenando las soluciones.

Uno de los que englobamos dentro de este grupo, aunque quizás no tenga plena relación con la combinatoria, es el juego de las Torres de Hanoi. En él hay una serie de discos o piezas colocadas en orden decreciente formando una pirámide y es necesario trasladar, siguiendo unas reglas, esa pirámide a otro lugar. Este juego se encuentra normalmente comercializado en madera, pero nosotros lo hemos simulado con los cubos apilables y encajables que suelen usar los niños pequeños para jugar. Estos juegos suelen constar de nueve o diez piezas, pero para que el número de movimientos no sea exagerado lo aconsejable es no usar más de cinco o seis, (los que sobran se pueden usar en los juegos topológicos).

Otro tipo de juego que incluimos aquí, son los basados en cubos del mismo tamaño cuyas caras son de distintos colores y hay que colocarlos unidos con determinadas reglas (caras de distinto color, de igual color, etc.). Un ejemplo nos lo presenta Fernando Corbalán con el título de Cubos Diabólicos (Corbalán; 1994). Los materiales para fabricarlos pueden ser cualquier cubo de madera (en números de cuatro o seis) que se pueden pintar y después barnizar, pero lo que a nosotros nos ha dado mejor resultado han sido los cubos de plástico de los rompecabezas infantiles (una vez perdidos un par de cubos quedan inservibles). Esos cubos pueden abrirse, darle la vuelta al cubo de cartón interior y pintarlo a gusto, pero últimamente hemos descubierto que se puede pegar sobre ellos papel adhesivo, del que se utiliza para forrar (sobretudo los estantes de los armarios). Tiene la ventaja de que puede usarse incluso sobre madera y no hay que lijar, pintar y barnizar.

CONCLUSIÓN

Como se puede ver, con un poco de imaginación es posible conseguir materiales didácticos asequibles y de fácil elaboración. El tener en nuestras casas niños pequeños nos surte de un desguace de juguetes continuo que nos permite construir muchos diseños, pero si no fuese el caso, en cualquier mercadillo de cosas de segunda mano se encuentran muchísimos materiales reutilizables para nuestros juegos. Lo fundamental es lo satisfactorio que resulta la elaboración y manipulación de esos materiales, tanto por nosotros mismos como por nuestros alumnos. Por ello intentamos con nuestro trabajo seguir el consejo de nuestro admirado Claudi Alsina, «Ser felices».

BIBLIOGRAFÍA CITADA EN EL TEXTO

- CORBALÁN YUSTE, FERNANDO (1994): "Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato". Madrid, Síntesis.
- MUÑOZ, JOSÉ; FERNÁNDEZ, JESÚS y CARMONA, VIRGINIA (1998): "Jugando con potencias y raíces". En Números nº 33, Marzo.
- VV.AA. (1967): "El material para la enseñanza de las matemáticas". Madrid, Aguilar. 20 Edición.

BIBLIOGRAFÍA DE DISEÑOS DE JUEGOS

En los libros de juegos suelen aparecer tableros, esquemas, diseños e indicaciones que permiten construir juegos con los materiales que hemos indicado.

También hemos utilizado muy a menudo la antigua revista *Cacumen de pasatiempos*.

BOTERMANS, JACK Y OTROS (1989): «El libro de los juegos». Barcelona, Plaza y Janés.

DELFT, PIETER VAN & BOTERMANS, JACK (1995): «Creative puzzles of the world». Berkeley, Key Curriculum Press.

GRUNFELD, FREDERIC V. (1978): «Juegos de todo el mundo». Madrid, Edilan (para Unicef).

ZHANG, WEI (1996): «Exploring Math Through Puzzles». Berkeley, Key Curriculum Press.