

Geometría Entretenida

Antonio Fernández-Aliseda [C.E.P de Castilleja. Sevilla]

Juan Antonio Hans [C.C. Santa M^a de los Reyes. Sevilla]

José Muñoz Santonja [I.E.S Macarena. Sevilla]

En el número 58 de Epsilon, cuando comenzó esta nueva sección de Problemas Comentados, se planteó el interés que podía tener utilizar matemáticamente ciertos pasatiempos de la prensa y de las revistas en general. Intentamos dejar patente la gran atracción que provocan los pasatiempos en el público en general. Ya a finales de los años setenta del siglo pasado quedaba claro este interés cuando en el Informe Cockcroft¹ se decía en su punto 7:

El hecho de que en muchos periódicos y revistas aparezcan "secciones de problemas de ingenio" demuestra que la atracción por los problemas relativamente elementales y "puzzles" es amplia; los intentos de solucionarlos producen un divertido placer y también, en muchos casos, conducen a una mayor comprensión matemática. Para algunas personas, también, el atractivo de las matemáticas puede ser incluso mayor y más intenso.

El que esta atracción hacia los pasatiempos también puede darse en el caso de pasatiempos matemáticos queda ampliamente demostrado por la revolución que ha significado en el verano del 2005 la llegada a nuestros periódicos del Sudoku, un pasatiempo numérico en el que aunque no haya que hacer ninguna operación sí hay que aplicar una serie de algoritmos y procedimientos para resolverlo. Al fin y al cabo un Sudoku es una serie de permutaciones del 1 al 9 colocadas de forma que no se repita ningún número.

Los pasatiempos matemáticos pueden ser utilizados por los profesores de muy diversa manera. De una forma recreativa formando parte de pruebas de gymkhanas, de concursos de ingenio, en algún apartado de la revista del centro educativo, etc. También pueden ser utilizados como recurso didáctico. Basta hojear algunos de los libros de texto de los últimos años para encontrarse, entre las actividades de ciertos temas, con pasatiempos similares a los de la prensa.

En el número de esta revista antes citado esbozamos unas ideas generales de la relación entre la resolución de problemas matemáticos y la de pasatiempos y propusimos una serie de pasatiempos numéricos. También amenazábamos con seguir en la misma línea en sucesivos artículos, viendo otras partes de la Matemática y, por eso, en esta ocasión, vamos a tratar con pasatiempos geométricos.

La Geometría y la Aritmética son las dos partes de las Matemáticas con las que primero se encuentra una persona en su tierna infancia. Cuando empiezan a conocerse los números, incluso antes de empezar a operar, también se comienza a asimilar las primeras figuras y propiedades geométricas. Por ello no es raro que muchos pasatiempos tengan fundamento geométrico, pues cualquier persona con unos mínimos años de estudio puede reconocer elementos geométricos básicos. Así podemos encontrar en ellos figuras geométricas básicas, simetrías, giros, semejanzas, áreas de figuras elementales, desarrollos planos de figuras espaciales, engarce de piezas para formar figuras de dos y tres dimensiones, reconocimiento de figuras iguales entre varias, etc.

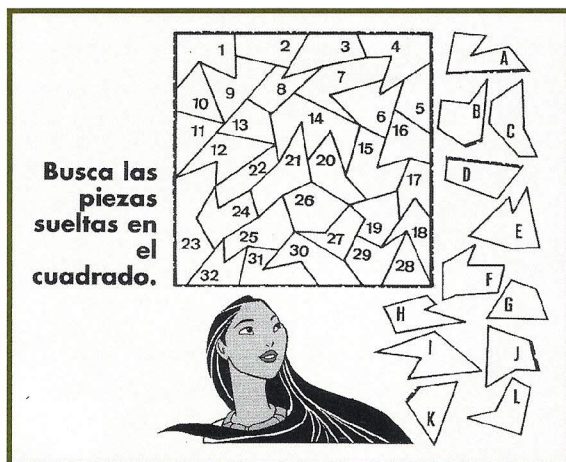
1. Versión española: "Las matemáticas sí cuentan", MEC, Madrid 1985.

Además, los pasatiempos geométricos pueden plantearse a cualquier edad; por ello, no es raro encontrarlos en tebeos y revistas para los más pequeños. Vamos sin embargo a ver, entre los seleccionados, que no por ello este tipo de pasatiempos son todos elementales y fáciles.

Os recordamos que si queréis enviarnos soluciones originales de vuestros alumnos o vuestras propias soluciones a esta sección podéis hacerlo a la dirección problemas.epsilon@thales.cica.es y que a partir de la próxima entrega comenzaremos a comentar las soluciones de los problemas planteados a partir del número 58 de Epsilon.

Cuando hicimos la selección de pasatiempos para esta entrega, nos encontramos con tal cantidad de ejemplos interesantes que tuvimos que escoger y dejar una gran parte para otra ocasión. Como queremos que aparezcan pasatiempos de todos los niveles, hemos seleccionado varios del mismo tipo, con idea de mostrar que es posible trabajar el mismo item con distinto tipo de dificultad.

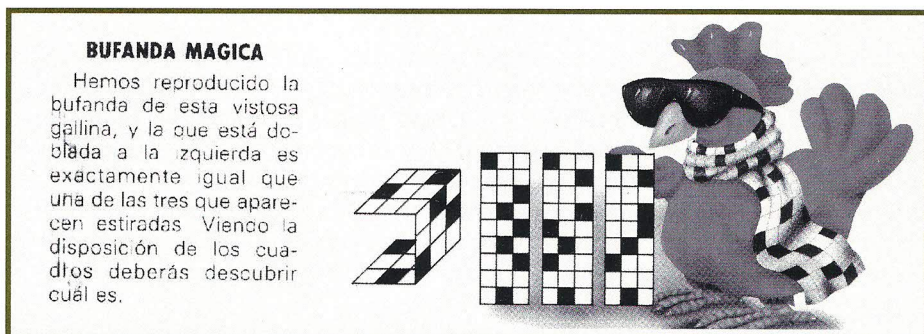
Lo primero que podemos encontrarnos es el reconocimiento de figuras. Un ejemplo es el siguiente problema encontrado en una revista infantil.



Revista TOP, Marzo 97

Desde nuestra perspectiva de adultos estos pasatiempos pueden parecer triviales, cosa que no son. En primer lugar por las distintas edades en que podemos proponerlos, en segundo lugar por la necesaria sistematización en la comparación entre las figuras y en tercero porque las piezas del cuadrado y fuera de él pueden tener orientaciones distintas, es decir, haber sufrido un giro y esto dificulta su búsqueda, pues obliga a tener claras las propiedades de esa figura (número de lados, ángulos, concavidad o convexidad...), aunque estos términos estén expresados de forma mucho menos rigurosa y se hable de picos o valles, salientes o entrantes, etc.

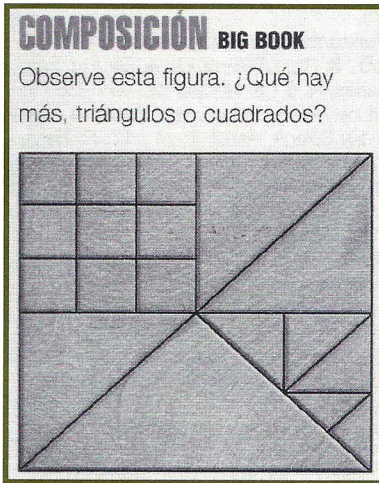
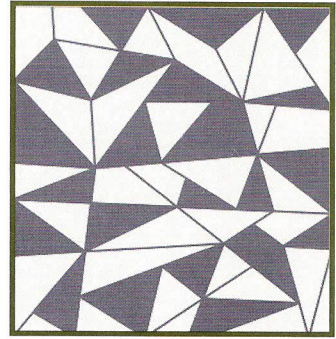
A veces ese reconocimiento de figuras se complica retorciendo los elementos, como pasa con las bufandas del siguiente pasatiempo.



Diario 16

O escondiendo la figura. Por eso os proponemos que encontréis una estrella de cinco puntas en el siguiente mosaico.

Dentro de esta línea están los típicos pasatiempos de encontrar cuántas figuras de algún tipo hay en una figura más complicada. Aquí mostramos dos ejemplos, en ellos el orden en la búsqueda es imprescindible para no contar dos veces o que se quede alguna sin contar.

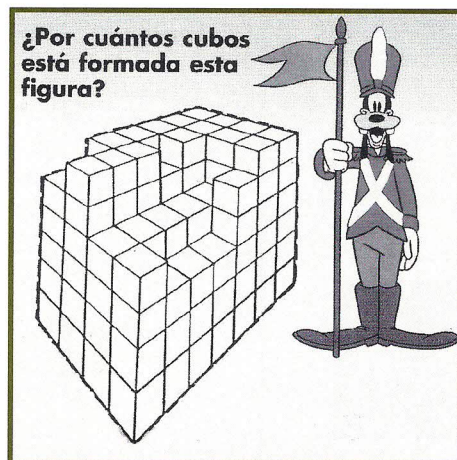


El País Semanal



Diario 16

También hay que tener buena vista y seguir un orden, por ejemplo por pisos, para contar las piezas de una figura, sobretodo si está en tres dimensiones como la siguiente.



Revista TOP, Marzo 97

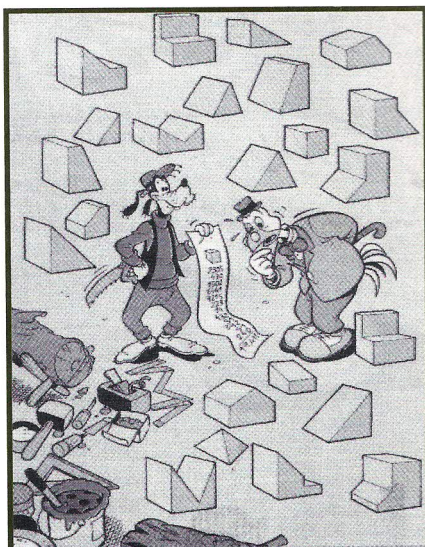
PLATOS ROTOS

¡Vaya día que lleva Carlota! Se le han caído todos los platos y se han roto por la mitad. ¿Conseguirá unirlos?



Otro aspecto relacionado con las formas es el de unir piezas que forman un objeto determinado. Un ejemplo es el siguiente.

Aunque también entre los infantiles podemos complicar la completitud si introducimos las tres dimensiones, como en el caso siguiente.



Goofy carpintero

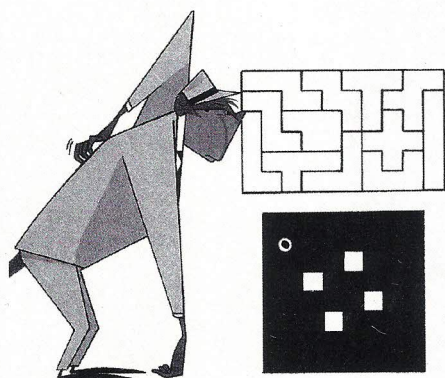
"Seguramente no soy un buen carpintero", dice Goofy a su amigo, "pero en la escuela sacaba muy buenas notas en matemáticas y sé que puedo hacer varios cubos con estas piezas de madera. Apuesto a que no sabes decirme cuántas"

Mi País, 06/11/99

Abecelandia 17/03/96

8 - Aprendiz de arquitecto

Con las piezas que forman este rectángulo, consigue una figura como la de la silueta dada. Una pista: puedes colocar el rectángulo como desees.



De todos modos el completar una figura uniendo piezas sueltas es la base de todos los tangram y de los pasatiempos siguientes, que ya no son tan evidentes.

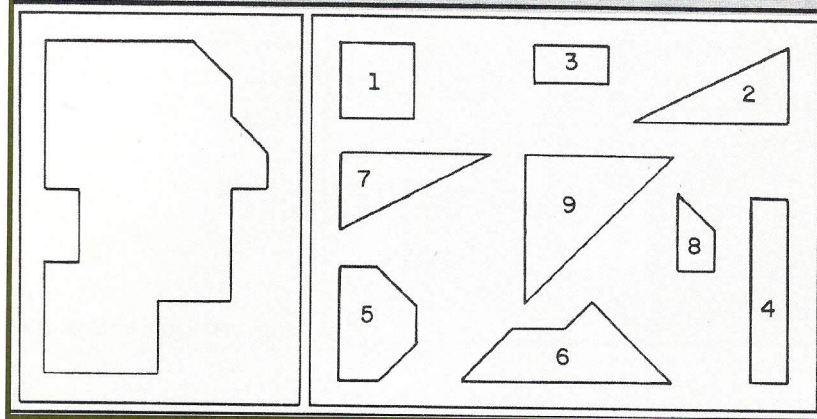
El pasatiempo *Aprendiz de arquitecto* presenta unas piezas muy conocidas en Matemáticas Recreativas, ¿cuáles son?, ¿cuántas hay? Por tanto, ¿cuántas unidades cuadradas son el área del rectángulo inicial? Si se han reordenado para completar un cuadrado con cuatro huecos, ¿cuál debe ser el lado de ese cuadrado?

Revista CNR

ROMPECABEZAS

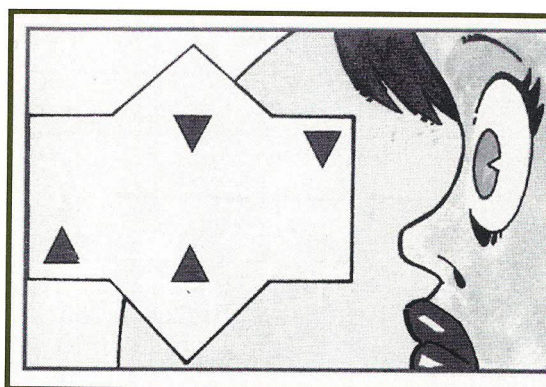
COUÑAGO

Integre las figuras parciales de la derecha en el dibujo de la izquierda



El País, espacial pasatiempos 81

La situación inversa también es muy atractiva, es decir, dar una figura y dividirla en partes con unas determinadas características. Los más usuales son aquellos en que hay que dividir una figura en partes iguales. Dentro de estos pasatiempos podemos encontrar algunos más fáciles en revistas infantiles.

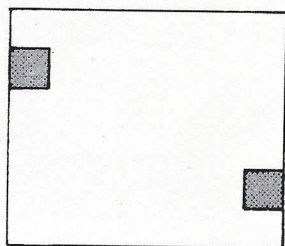


Comecocos.

¿Cómo dividiría esta curiosa figura en cuatro partes iguales, dos a dos y de la misma extensión, de modo que cada una de ellas contenga uno de los triángulos que figuran en el dibujo? Begoña quedaría muy agradecida si le enseñase a resolverlo.

Pero estos pasatiempos también se pueden complicar como en los ejemplos siguientes:

SUPERFICIE EXTRAÑA

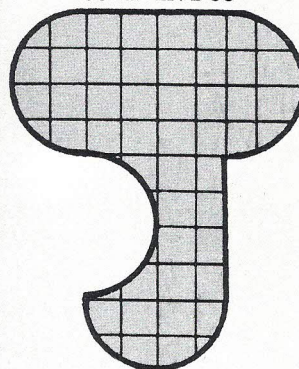


Dividir la zona en blanco de la figura en 10 partes iguales en forma y dimensión.

Diario 16, 22/06/86

Corte esta figura en dos partes de igual forma y superficie. El cuadrícula interior sirve para apreciar las proporciones; el corte no debe seguir necesariamente las líneas del cuadrícula.

CORTE EN DOS

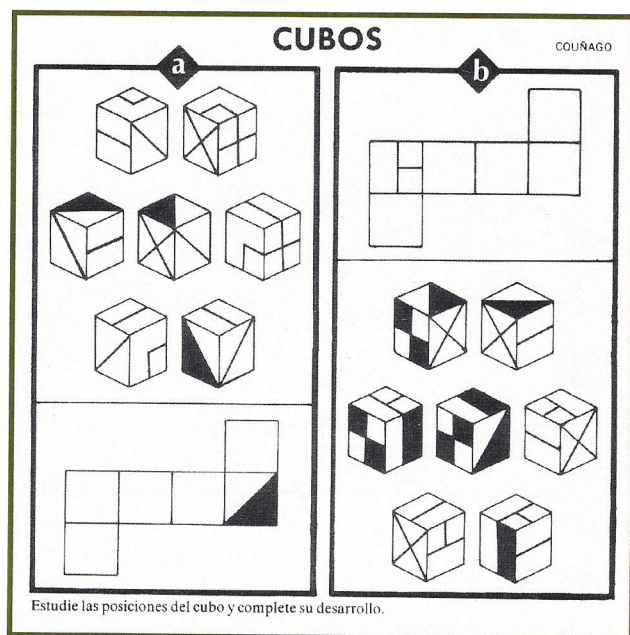


Diario 16

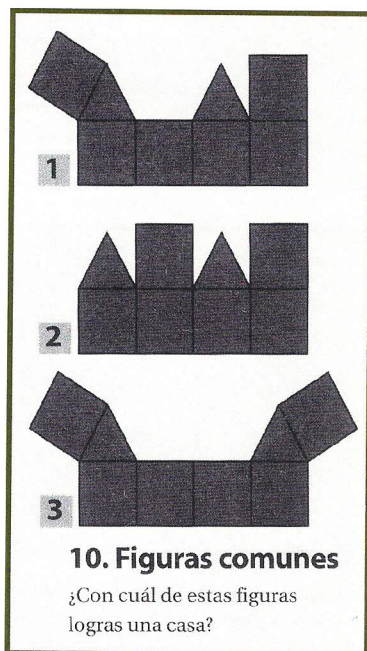


Otro aspecto frecuente es buscar el desarrollo plano de una figura de tres dimensiones. Quizás los más típicos sean los de cubos, como en el siguiente infantil.

Sección Matarratos de El Mundo



Esos desarrollos se pueden complicar, como en el siguiente pasatiempo sacado del especial pasatiempos del 1982 del periódico El País.



Aunque a veces el desarrollo no tiene por qué ser de un cubo, como en este otro caso.

Revista QUO, Abril 1997

Otra posibilidad es dar una figura de tres dimensiones e intentar reconocer su planta, alzado y perfil, como ocurre en este pasatiempo tomado del suplemento Mi País.

Mickey quiere ser artista

Hoy, a Mickey le ha entrado la fiebre del dibujo. ¿Querrá llegar a ser un artista? Para ello ha dibujado 6 bocetos tomando esta escultura cubista como modelo. Aunque lo está haciendo bastante bien, ha cometido un error en la interpretación de 2 bocetos. ¿Cuáles?

Como ya comentamos en el artículo del número 58, con frecuencia los pasatiempos dan más juego matemático del que meramente se propone en el periódico o revista de donde lo hayamos tomado. Por ejemplo, en el siguiente pasatiempo

debemos encontrar todas las formas que se pueden formar con dos eles. El siguiente paso sería preguntar, de todas ellas ¿cuáles corresponden al desarrollo de un cubo?, con lo que estaríamos en cierta forma en el mismo tipo de ejercicio que antes.

DOBLE ELE

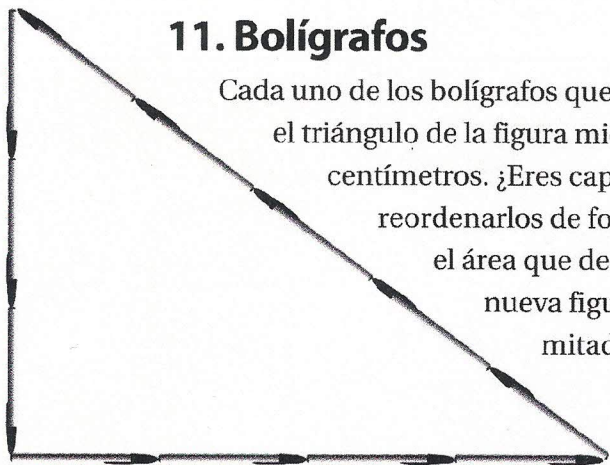
Estas son figuras diferentes que se pueden armar con dos piezas en forma de L («diferentes» significa que una no sale girando otra, ni levantándola y dándole la vuelta). ¿Son todas las que se pueden conseguir? ¿Falta alguna?

Diario 16, 22/06/86

Es interesante indicar que aparte de con figuras podemos trabajar con otros conceptos como por ejemplo los de área y perímetro. En el siguiente pasatiempos manteniendo el perímetro debemos reducir el área a la mitad.

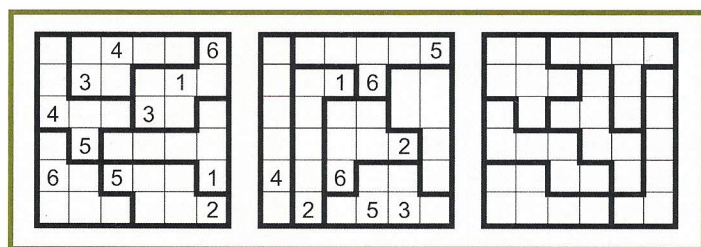
11. Bolígrafos

Cada uno de los bolígrafos que forman el triángulo de la figura mide 15 centímetros. ¿Eres capaz de reordenarlos de forma que el área que describa la nueva figura sea la mitad?

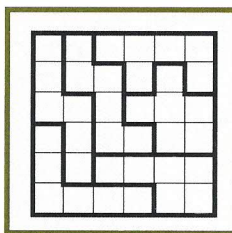


Revista QUO, julio 1996

Para acabar la sesión de hoy y dado que, como comentamos al principio, el pasatiempo de moda es el Sudoku, os vamos a proponer una serie de Sudokus formado por hexaminós (conjuntos de seis cuadrados conectados al menos por uno de los lados de cada cuadrado). Por ello deben aparecer los números del 1 al 6 en cada fila, en cada columna y en cada una de las distintas piezas del Sudoku. Presentamos varios de distinta dificultad.



Y como sabemos que muchos de nuestros lectores son aficionados a los desafíos, os lanzamos uno directo. Del siguiente Sudoku pedimos una solución o bien una explicación razonada de por qué no tiene solución.



Sólo nos queda despedirnos e indicar que, si las autoridades responsables lo permiten, en el próximo número completaremos esta parte de pasatiempos geométricos ampliándolos con algunos aspectos topológicos que también son fácilmente localizables en estos materiales.