

ENCONTRAR LAS TRES CIFRAS

MATERIAL NECESARIO: Papel, lápiz y calculadora para el espectador.

BLOQUE TEMÁTICO: Aritmética y álgebra.

DESARROLLO DEL TRUCO:

El mago le pide a un espectador que elija tres cifras distintas del 2 al 9, sin contar el 3 y realice las siguientes acciones:

- Escribir los seis números distintos de tres cifras que se pueden formar con ellas.
- Sumar esos números y dar el resultado al mago.
- Restar al mayor de los seis números el menor y decir el resultado al mago.

Tras unos breves cálculos, el mago adivina cuáles han sido las tres cifras elegidas por el espectador.

CLAVES DEL MAGO:

El mago debe dividir el resultado de la suma entre 222 y obtiene el valor $S = a + b + c$. Si divide el resto que le indica el espectador entre 99 obtiene el valor $R = a - c$.

De donde puede obtener las ecuaciones
$$\begin{cases} a = R + c \\ b = S - R + 2c \end{cases}$$

Ahora basta dar valores a “c” hasta obtener tres cifras que cumplan las condiciones impuestas (que sean distintas, entre el 2 y el 9, sin contar el 3 y además $a > b > c$).

Veamos un ejemplo. Nos dicen que la suma de los seis números es 3552 y la resta del mayor menos el menor es 594.

Nosotros nos quedamos con los valores:

$$a + b + c = \frac{3552}{222} = 16 \quad \text{y} \quad a - c = \frac{594}{99} = 6$$

luego contamos con las ecuaciones $a = 6 + c$ y $b = 10 - 2c$.

Basta dar el valor $c = 2$ para que obtengamos las otras dos cifras $a = 8$ y $b = 6$. No podemos dar el valor $c = 4$ porque entonces “a” valdría 10.

FUNDAMENTO MATEMÁTICO:

Suponemos que las cifras van en orden $a > b > c$. La suma de los seis números es $222 \cdot (a+b+c)$, veámoslo:

$$\begin{aligned} abc + acb + bac + bca + cab + cba &= \\ &= (100a+10b+c) + (100a+10c+b) + (100b+10a+c) + (100b+10c+a) + (100c+10a+b) + (100c+10b+a) \\ &= \\ 200 \cdot a + 200 \cdot b + 200 \cdot c + 20 \cdot a + 20 \cdot b + 20 \cdot c + 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c &= 222 \cdot a + 222 \cdot b + 222 \cdot c = \\ 222 \cdot (a+b+c); \end{aligned}$$

si dividimos el número obtenido entre 222, sabemos el valor de la suma de los tres números, sea $S = a+b+c$.

Si restamos el mayor y el menor de los números elegidos tendríamos:

$$abc - cba = (100 \cdot a + 10 \cdot b + c) - (100 \cdot c + 10 \cdot b + a) = 99 \cdot a - 99 \cdot c = 99 (a-c);$$

si ahora dividimos entre 99 obtenemos la resta $R = a-c$.

Por tanto, tenemos dos ecuaciones con las que trabajar, tomando $a = R + c$ y $S = R + c + b + c$ jugamos con las igualdades $a = R + c$ y $b = S - R - 2c$. Basta dar valores a “c” hasta obtener tres cifras que cumplan las condiciones impuestas (que sean distintas, entre el 2 y el 9, sin contar el 3 y además $a > b > c$).

Se habrá observado que al elegir las cifras hemos descartado el 1 y el 3. El motivo es que si se hace un estudio detallado de todas las posibilidades, hay ocasiones en las que nos salen soluciones dobles, unas veces con la menor cifra el 1 ó el 2, otras el 2 ó el 3, o el 3 y el 4. Por eso quitamos esas cifras para evitar duplicidades. Por ejemplo, si en el caso anterior hubiésemos permitido la cifra 3, al darle el valor $c = 3$ obtenemos los valores $a = 9$ y $b = 4$ que es otra solución perfectamente válida, con lo que no sabríamos cuál de las dos es posible (en este caso $c = 1$ nos saldría $a = 7$ y $b = 8$ y no puede ser la segunda cifra mayor que la primera).