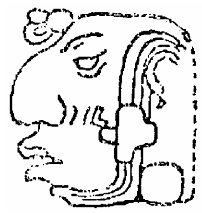
CAPITULO 1

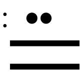


ARITMÉTICA MAYA

María y José, son dos niños que están cursando cuarto grado de primaria, en una escuela del altiplano del país. A los dos les ha gustado mucho la Matemática y eso se ha visto a través de todos los años que han estado en la escuela, han tenido la suerte de estudiar juntos desde el primer año y han desarrollado una especial amistad, ya que tienen en común su afición a la Matemática. En los concursos escolares y los trabajos de investigación, siempre han destacado. En esta oportunidad, su profesor les recomendó hacer una investigación de los sistemas de numeración, para cumplir este objetivo, ellos han entrevistado a otros profesores que trabajan en el Instituto de Educación Básica, de su comunidad, también han leído muchos libros y están preparando su investigación que entregarán por escrito y harán una exposición. Veamos lo que han podido desarrollar hasta el momento:

1.1 SISTEMAS DE NUMERACIÓN

El concepto de número se ha relacionado con la forma de representarlo. En la medida que el hombre tuvo conciencia de cantidades mayores, fue desarrollando mejores formas de escribir esas cantidades.

Como se indicó al principio, la idea de número, es necesario escribirla de alguna manera, para comunicarla con otras personas, por ejemplo: Si se tiene una docena de naranjas, se puede escribir como 12, en un sistema decimal con números arábigos, también con XII en notación romana, o como 1100 en un sistema de base 2, 10 en un sistema duodecimal(base12), o bien como:  en sistema Maya.

Del ejemplo, se nota que aunque todas las notaciones empleadas, representan el mismo número, la misma cantidad de naranjas, cada una de ellas tiene diferente forma de escribir esa cantidad, ya que se han utilizado diferentes sistemas de numeración.

Se define un sistema de numeración, como un conjunto de signos, símbolos(guarismos) y una base, utilizados para representar números. Por ejemplo en el sistema de numeración vigecimal Maya, se utilizan los signos: el punto, la barra y una concha para el cero, luego con una combinación de estos se construyen los símbolos, para representar los números del cero al diecinueve. Y con una combinación de estos símbolos se escriben las demás cantidades, como se explica más adelante.

1.2 SISTEMAS NO POSICIONALES

Los sistemas no posicionales tiene un símbolo para cada cantidad, pudiendo escribirse en cualquier orden y siempre representan la misma cantidad.

Probablemente el primer sistema no posicional fue utilizado por aquel pastor que tenía que llevar la cuenta de su ganado haciendo hendiduras en un trozo de madera, una hendidura por cada cabeza de ganado. Otro de ellos probablemente utilizada una bolsa donde guardaba una piedra por cada oveja, de esa cuenta él tenía una relación de piedras con ovejas. Con el tiempo probablemente fueron introduciendo cuentas dentro de un collar, una cuenta por cada cantidad, luego evolucionaron diferenciando las cantidades por el color o el tamaño de las cuentas. Aun hoy en día, se puede observar en los ganaderos del sur del Brasil(los Gauchos), que llevan a su cintura, un collar de cuentas, cada cuenta representa 100 cabezas de ganado(hoy es más un símbolo de prosperidad, que un recurso de numeración).

Aún hoy en los cursos de Estadística, cuando se está haciendo el recuento de los casos, para luego construir la tabla de frecuencias, se utiliza un método semejante, haciendo un trazo por cada vez que aparece una cantidad y separándolos en grupos de 5, esto nos ejemplifica la utilización, aun en nuestros días, de un sistema de numeración primitivo.

1.2.1 SISTEMA ROMANO

El sistema de numeración romano, es un sistema no posicional, donde cada símbolo representaba una cantidad y estos ocupan cualquier posición y siempre representan la misma cantidad. La versión que se utiliza en nuestros días, es una mezcla de no posicional con posicional para algunas cantidades, pero aun sin utilizar una base. La lista que se presenta, muestra algunos símbolos del sistema romano de numeración y su equivalente en el sistema decimal.

ROMANO	DECIMAL
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Haciendo combinaciones de esos símbolos se construyen otros números. Algunos son combinaciones aditivas de los símbolos básicos(agregar a la derecha), como por ejemplo: II(2), III(3), VI(6), VII(7), VIII(8) otros son formados por combinaciones substractivas de los símbolos básicos(agregar a la izquierda) como: IV(4), IX(9), XC(90), CD(400). Por ejemplo la representación en sistema de numeración romana del número 1992 es: MCMXCII, donde M es 1000, CM es 900, XC es 90 y II es2, sumando todos da 1992. Se nota, entonces, que es una mezcla de sistema posicional y no posicional, aunque las posiciones variaban generalmente con las cifras más cercanas, digamos el IV y el VI que son dos números diferentes, utilizan los mismos símbolos básicos y se diferencian por la posición de ellos.

Para sumar el número CDLXXVII(447) con el número LXIX(69), se procede de la siguiente forma:

```
C C C C L X X V I I
          L X V I I I I
-----------------------
C C C C LLXXXVVIIIIII
```

Simplificando se tiene: C C C C C X X X X V I

Convirtiendo CCCCC en D, se tiene D X X X X V I

Y por ultimo, convirtiendo XXXX en XL, D X L VI

La ausencia del cero en el sistema de numeración romano, les lleva a la necesidad de crear nuevos símbolos para cantidades mayores.

1.3 SISTEMAS POSICIONALES

El sistema posicional más antiguo conocido en la historia es el sistema sexagesimal (de base 60) o sistema Babilónico(cerca de 1,800 AC). Vestigios de la influencia Babilónica son, aparentemente: la división de la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos, también la división de la circunferencia en 360 grados (Sidki, pag. 15). Aunque tenía una posición, carecía del 0, no obstante que percibían su importancia y en ocasiones para indicar que una posición tenía el valor de 0, ellos dejaban un espacio para señalar que esa posición estaba con valor de 0(Seidenberg, pag. 373).

Un sistema posicional está formado por un conjunto de algarismo(forma de dibujar el número), y una base. Siendo el número de algarismos igual al valor de la base. Un número cualquiera, se escribe en un sistema posicional como una sucesión ordenada y finita de algarismos. Cada posición representa una potencia de la base.

1.3.1 SISTEMA DECIMAL

El sistema de numeración decimal es conocido como Hindú-Arábigo, fue desarrollado en su forma final cerca del año 500 después de Cristo, por los astrónomos calculistas Hindúes entre los cuales se destacan: Bhaskara I y Yinabhadra Gani. La aritmética Hindú fue adoptada y divulgada en el mundo islámico cerca del 825 DC por el matemático árabe Mahamad Ben Mussa Al Khawarisni (Sidki, pag. 15).

Al inicio del siglo XII, el monje inglés Adelard de Bath tradujo el libro de aritmética de Al Khawarisni para el latín con el título de Algoritmi de Número Indiorum. El sistema numérico utilizado en la Europa no hispánica hasta entonces era el sistema Romano(Sidki, pag. 16).

Es un sistema posicional de base 10, que utiliza diez algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Un número, se representa como una sucesión ordenada y finita de algarismo. El 0 es el indicador de la falta de ciertas potencias de 10.

Cuando escribimos el número 632 utilizamos el mismo dígito para representar 3 cosas diferentes, el que está más a la derecha representa 2 unidades, el del centro representa 3 decenas y el de la izquierda representa 6 centenas, es decir, tenemos que:

$$632 = 6 * 10^2 + 3 * 10^1 + 2 * 10^0$$

Entonces, un dígito toma su valor por la posición y este valor depende de la potencia de 10. Por esto decimos que es un sistema posicional de base 10.

1.3.2 SISTEMA POSICIONAL DE BASE a

Sea "a" un número natural mayor que 1, sea "b" un número natural, existen k enteros $r_0, r_1, ..., r_k$, tales que: $b = r_k a^k + r_{k-1} a^{k-1} + ... + r_1 a + r_0$
Con $k \geq 0$, $0 \leq r_i \leq a$ para $0 \leq i \leq k$ y $r_k \neq 0$

A continuación un ejemplo: el número 123 puede escribirse en un sistema posicional de base 10(de hecho está escrito en este sistema), como:
$123 = 1 * 10^2 + 2 * 10^1 + 3 * 10^0$

Cuando llegó el tiempo de trabajar los números Mayas, no encontraron mucha bibliografía y los profesores no les ayudaban mucho, hasta que un día alguien les aconsejó hablar con don Pablo. Don pablo es un guía espiritual, que vive en la aldea vecina a la comunidad de José y María, él está especializado en el calendario y en llevar la cuenta de los días y seguramente, que les podrá ayudar en su investigación.

María y José hablaron con sus padres y les consultaron si podían visitar a Don Pabla, los padres conocían el celo con que sus hijos se dedicaban a los trabajos de la escuela y en este caso por tratarse de temas poco conocidos, estuvieron de acuerdo que visitaran a Don Pablo un domingo de mañana, ya que ellos no podían faltar a clases y Don Pablo tenía que trabajar en el campo.

El primer domingo, después de obtenido el permiso, muy de mañana, se juntaron en la plaza del pueblo, exactamente en el momento que están llegando todos los comerciantes, con sus diferentes mercaderías, para llenar la plaza del pueblo de productos coloridos y de frutas aromáticas. María llegó primero y al poco tiempo llegó José e iniciaron el camino a la aldea vecina, un vecino, les había hecho el favor de comunicarse con Don Pablo y él ya los esperaba, muy extrañado de que tan pequeños ya estuvieran interesados en estudiar la ciencia Matemática de los Mayas.

Llegaron a la aldea y preguntaron por Don Pablo, pero como era una persona muy querida por todos los habitantes de la aldea, rápido les orientaron donde estaba su casa y lo encontraron junto al fuego, calentando sus manos, ya que era época de frío en esa región. Don Pablo los reconoció ya que no habrían otros niños que preguntaran por el, tenían que ser ellos. Después de los saludos cordiales y muy ceremoniosos, le expusieron lo que necesitaban conocer de la Matemática Maya. Don Pablo inició a la explicación, que se extendió a después de almuerzo y se repitió varias veces, hasta que completaron los temas y pudieron hacer las operaciones aritméticas utilizando la notación Maya y los algoritmos de las operaciones.

Don Pablo se encariñó mucho con los niños y prometió seguir colaborando con ellos en todo lo que el conocía. El resultado de las primeras investigaciones es:

1.4 SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

El sistema de numeración Maya utiliza 3 símbolos, el punto "•", la barra " —— " y


Símbolo para el cero que representa un puño cerrado o una concha. Con la combinación de punto y barra construyen los primeros 19 algarismos. El uno está representado por un punto y combinamos 2, 3 y 4 puntos, que representan los números 2, 3 y 4 respectivamente. La barra representa el número 5, y se construyen los siguientes numerales con combinaciones de barras y puntos. Se utilizan una, dos o hasta tres barras, combinadas con uno, dos, tres o hasta cuatro puntos.

Existen tres reglas para la escritura:

R1. Combinamos los puntos, de 1 a 4 puntos.
R2. Cinco puntos forman una barra.
R3. Combinamos las barras, de 1 a 3 barras.

Decimal	Maya	Decimal	Maya
1	•	11	• — —
2	••	12	•• — —
3	•••	13	••• — —
4	••••	14	•••• — —
5	—	15	— — —
6	• —	16	• — — —
7	•• —	17	•• — — —
8	••• —	18	••• — — —
9	•••• —	19	•••• — — —
10	— —	0	

El número 20, es muy importante, como lo es el 5 y el 4. El 5 porque forma una unidad, la mano; aun hoy en las ventas populares se compran verduras o frutas por MANO. El 4 es importante porque 4 unidades de 5 forman una persona, son 20 dedos en total los que una persona tiene, y esto también señala la importancia del número 20. Se ejemplificará esto, con las siguientes citas:

"Suelen, de costumbre, sembrar para cada casado con su mujer medida de 400 pies lo cual llaman hum uinic, medida con vara de 20 pies, 20 en ancho y 20 en largo" (Landa, pag. 111).

"En tiempo de su sementeras, los que no tienen gente suya para hacerlas, júntanse de 20 en 20 o más o menos,..." (Landa, pag. 111).

"Que su contar es de 5 en 5 hasta 20, y de 20 en 20 hasta 100, y de 100 en 100 hasta 400, y de 400 en 400 hasta 8 mil; y de esta cuenta se servían mucho para la contratación del cacao. Tienen otras cuentas muy largas y que las extienden ad infinitum contando 8 mil 20 veces, que son 160 mil, y tornando a 20, duplican estas 160 mil, y después de irlo así duplicando hasta que hacen un incontable número, cuentan en el suelo o cosa llana." (Landa, pag. 112).

"construyó barcas innumerables (13 * 400) para alzar guerra en la tierra de la Habana en donde estaba el representante del rey" (Landa, pag. 144).

"Vinieron tres veces cuatrocientos barcos" (Landa, pag. 145).

Closs (pag. 292) señala que en lenguaje Yucateco, existe nombres para las potencias de 20, desde la potencia 1 hasta la potencia 6, que da el número 64,000,000, en base 10. Los nombres para esas potencias son:

20^1	kal
20^2	bak
20^3	pic
20^4	calab
20^5	kinchil
20^6	alau".

También en las lenguas mayences, el nombre de los números es de base 20, veamos por ejemplo en lenguaje Kaqchikel el número 34 se escribe: cajlajuj rucawinak, esto quiere decir 14 y 20; el número 54 se escribe: cajlajuj roxc'al, que significa 14 y 40 (Matemática Maya Kaqchikel, PRONEBI).

En EL LIBRO DE LOS LIBROS DE CHILAM BALAM, traducido por Alfredo Barrera Vázquez y Silvia Redón, encontramos, aunque traducidas al español, la forma de nombrar algunos números:

"cuatro veintenas más un ano." (pag. 36)

"un año faltando para 5 veintenas" (pag. 37)

"tres veintenas de años... diez veintenas de años... trece veintenas de años" (pag. 38).

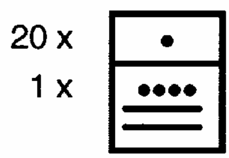
"cuatro veintenas de años y diez más" (pag. 39)
"una veintena de años más catorce" (pag. 40).
"dos veintenas de años más tres años" (pag. 41).
"tres veintenas de años más trece... diez veintenas más cuatro veintenas de años. ...Faltan 6 años para terminarse la cuenta del 13 ahau" (pag. 41).
"tres veintenas hacía que se había despoblado Ichpá(por la peste)," (pag. 42).
"se alzará guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos" (pag. 79).

Se concluye, que su sistema de numeración fue de base 20, en todas sus posiciones, no como algunos indican que las primeras dos posiciones son de base 20, y la tercera posición de base 18, las siguientes de base 20, los autores concluyen esto, por paralelismo con el sistema de cómputo el tiempo.

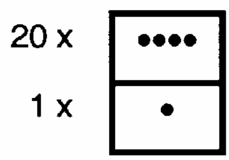
Continuando con la numeración (quedó hasta 19), el siguiente, que representa precisamente la base del sistema, tiene un cero en la primera posición y un uno en la segunda posición. En el sistema decimal, las diferentes posiciones se escriben de izquierda a derecha, por ejemplo 543, primera posición tres, que representa 3 unidades, segunda posición 4, representa 4 decenas y tercera posición 5 que representa cinco centenas, sumando cada cantidad, llegamos al valor total representado.

Las posiciones del sistema de numeración maya, se escriben de abajo hacia arriba, veamos como lo relata Guillermo Sedat, en el libro COMPUTO AZTECA: "al hacer la pregunta a un anciano de cómo era que se empezaba a contar, si de arriba hacia abajo, o de abajo hacia arriba, etc. Me contestó sin dilación: 'Pues como crecen las plantas'"(pag. 33). Además de señalar como se escriben los números, también se nota la estrecha relación de su ciencia, con su medio, la naturaleza y los cuerpos celestes.

Retomando las citas del "Libro de los libros del Chilam Balam de Chumayel" ahora se escribirán las cantidades que indican, sin necesidad de hacer la conversión al sistema decimal
"una veintena de años más catorce" (pag. 40).
Haciendo un reticulado tenemos:

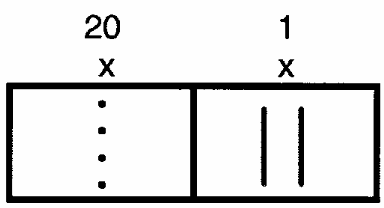


"cuatro veintenas más un año." (pag. 36)
En un reticulado semejante tendríamos:

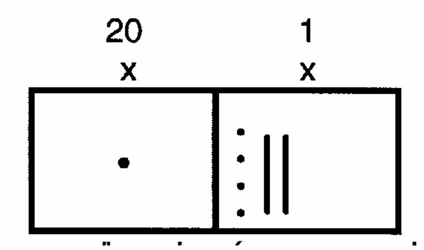


Los números también se escribían en forma horizontal, de izquierda a derecha, las barras son colocadas horizontalmente y los puntos se colocan a la izquierda de las barras, veamos otro ejemplo del Chilam Balam:

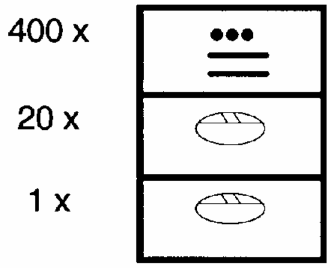
"cuatro veintenas de años y diez más" (pag. 39)



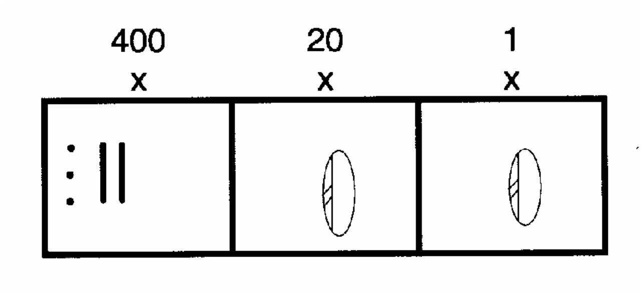
Este otro ejemplo: “una veintena de años más catorce” (pag. 40).



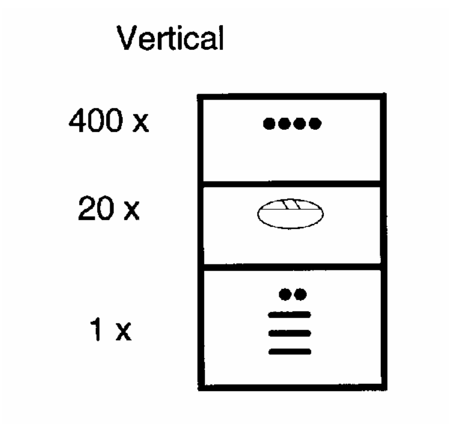
“se alzará guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos” (pag. 79).
Verticalmente queda:



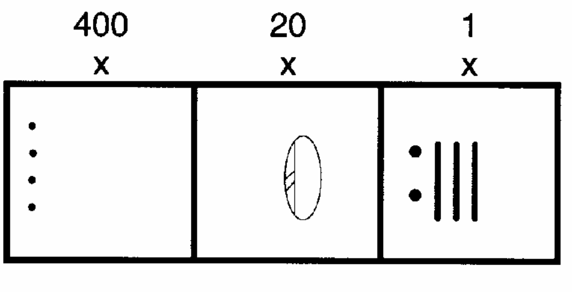
Y horizontalmente el mismo número es:



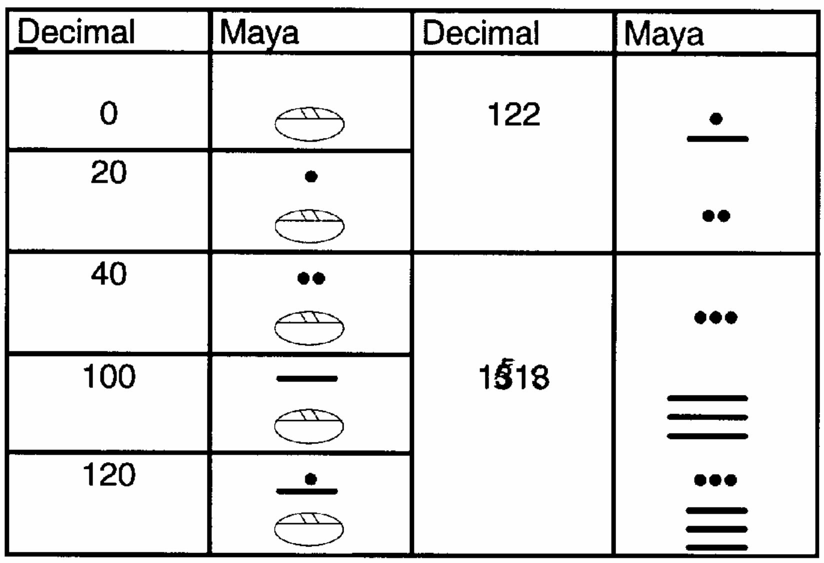
“los 4 cuatrocientos más 17 años” (pag. 87).



Horizontal



A continuación se dan otros ejemplos:



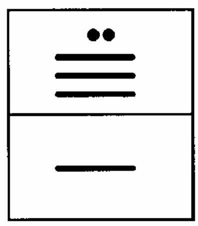
1.4.1 CAMBIOS DE BASE

Se necesita construir algoritmos para pasar del sistema decimal al sistema Maya y viceversa.

CAMBIO DE BASE DEL SISTEMA DECIMAL AL SISTEMA MAYA

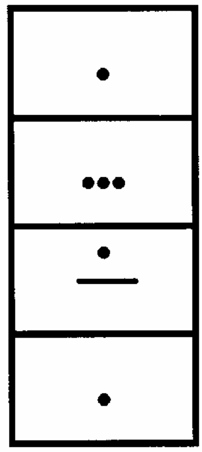
Veamos EL Primero de los casos, empezando con un ejemplo: Se desea escribir el número 345 en sistema Maya.

Se divide el número 345 entre 20, esto da como cociente 17 y residuo 5. Esto indica que en la posición de las unidades se escribe una barra (5 el residuo) en la posición de las veintenas tres barras y dos puntos que representan al 17(que es el cociente).



Otro ejemplo con un número un poco mayor, trasladar el número 9,321 al sistema de numeración Maya.

El algoritmo es el mismo, esto es, dividir 9,321 entre 20, esto da 466 como cociente y 1 como residuo. El 1 del residuo, representa un punto en la posición de las unidades, ahora dividimos el cociente entre 20, buscando un nuevo residuo que será el valor de las veintenas y se continua dividiendo, hasta que el cociente sea más pequeño que 20, esto es, al dividir 466 entre 20 se obtiene 23 de cociente y 6 de residuo, o sea que se escribirá una barra y un punto en las veintenas y continuamos dividiendo. Al continuar la división se obtiene cociente 1 y residuo 3, se escribirán 3 puntos en la tercera posición(de los 400) y un punto en la cuarta posición (de los 8,000).

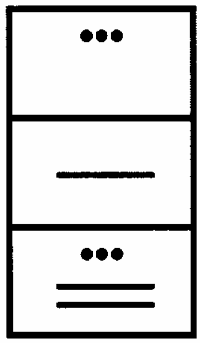


CAMBIO DE BASE DE SISTEMA MAYA A DECIMAL

Ahora el algoritmo de encontrar el equivalente en sistema decimal de un número escrito en base 20, es más sencillo.

Multiplicamos el valor de cada posición por 20 elevado a la potencia (n-1), donde "n" es la posición que está trabajando. Al final, se suman todos los productos.

Veamos un ejemplo: Trasladar el número



A su equivalente decimal.

En la posición 1 se tiene un 13, en la posición dos un 5 y en la posición tres un 3, esto da el valor de:

$$13 * 20^0 + 5 * 20^1 + 3 * 20^2 = 1313$$

1.5 OPERACIONES ARITMÉTICAS EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

Morley (pag. 256), registra la forma de la adición en el sistema de numeración Maya. Landa, describe que las cuentas las hacían en el suelo o lugares planos y utilizaban piedras y ramas, como testimonio se dan las siguientes citas:

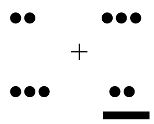
Landa describe am como "pedrezuelas de las suertes que echan" y estas pedrezuelas o dados, sin duda debían ser cúbicas, ya que am es raíz de aman, "esquina o cantero"(Chilam Balam, pag. 183).

"...hacen un incontable número, cuentan en el suelo o cosa llana." (Landa, pag. 112).

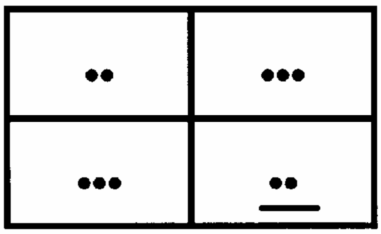
1.5.1 ADICION DE ENTEROS

La adición y posiblemente las otras operaciones de la aritmética, se trabajan sobre una tabla o en el suelo, en ella se colocan puntos y barras (frijoles y palitos). León-Portilla(pag. 2) propone que en el CODIGO DE DRESDE(44-b), se encuentra la representación de una multiplicación. También Calderón (1966) describe en forma muy didáctica, las cuatro operaciones de la aritmética, además de la raíz cuadrada y la raíz cúbica, el único inconveniente es que no indica las fuentes que utilizó, se propone al lector consultar el libro y hacer sus propias conclusiones.

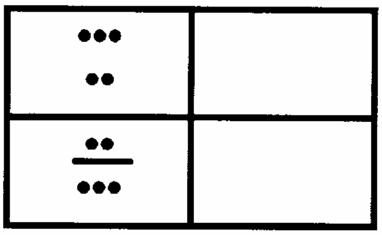
Veamos algunos ejemplos de adición: sumar 43 con 67. Escribimos los dos números en notación Maya, como sigue:



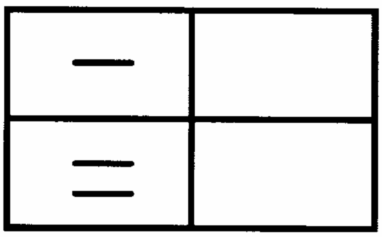
Se colocan los números en el reticulado, una columna por cada número y una fila por cada posición.



Luego simplemente trasladamos los puntos y barras del 67 a la columna del 43, conservando las filas.

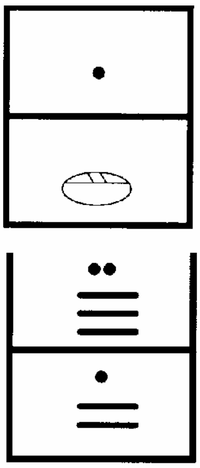


El paso siguiente es acomodar todos los elementos a las reglas de: máximo cuatro puntos por posición, tres barras por posición y 19 unidades por posición, esto se ejecuta de la fila de las unidades, hacia arriba.

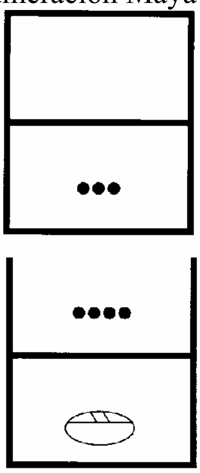


El siguiente ejemplo confirma el algoritmo. Sumar 8351 con 1280, primero se convierten estos números al sistema de numeración Maya

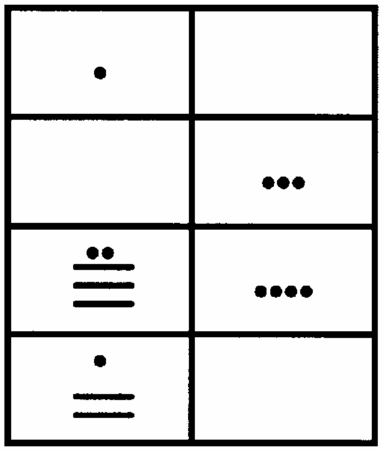
8,351



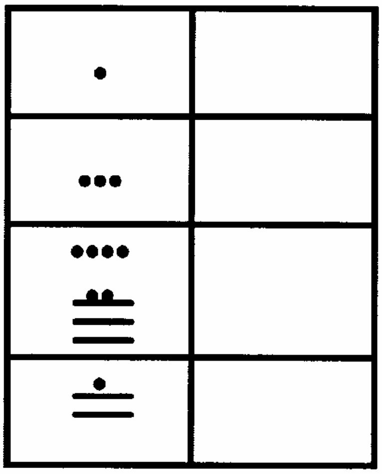
1280



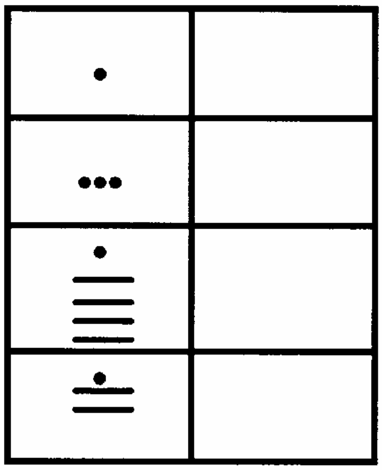
Seguidamente se colocan los sumandos en el reticulado, situando el 8351 en la primera columna y el 1280 en la segunda columna, conservando las posiciones que se nos presentan:



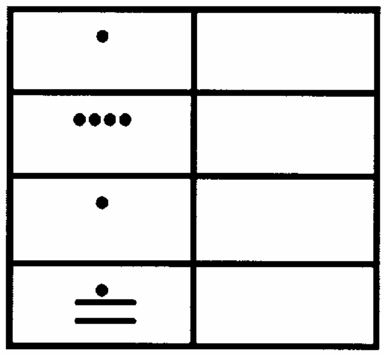
Al trasladar los puntos del 1280 a la primera columna, ésta se presenta así:



Y aplicando la regla de máximo cuatro puntos, se tiene el reticulado siguiente:

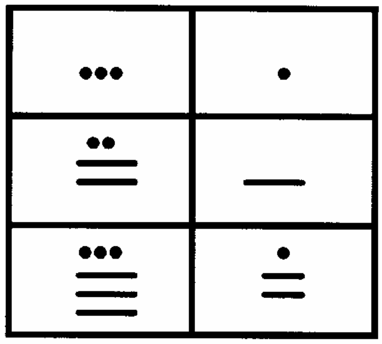


Aplicando la regla: 20 unidades en una celda, sube una unidad a la celda superior, logrando así el resultado siguiente:

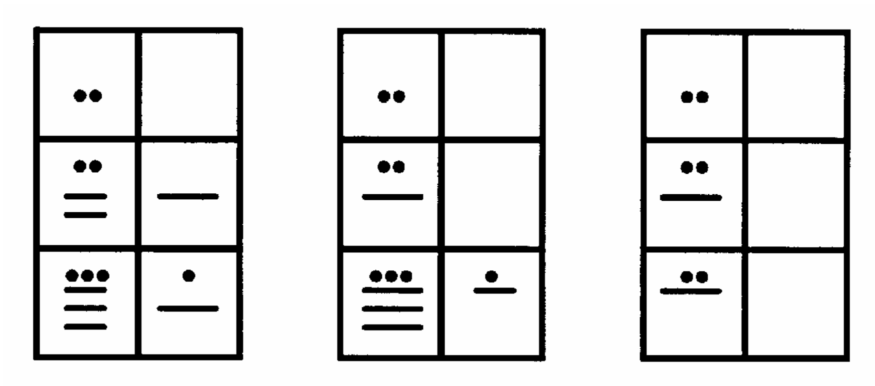


1.5.2 SUSTRACCION DE ENTEROS

Es fácil para el lector extrapolar del concepto de adición al de sustracción y también determinar si el resultado es un número negativo o un positivo. Otro ejemplo; restar los siguientes número:

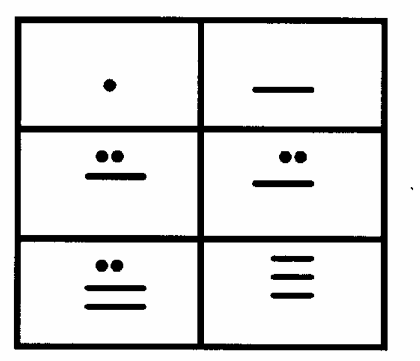


Se nota que el primero es mayor que el segundo, ya que tiene más elementos en la tercera fila. Ahora todo lo que se necesita hacer, es quitar de la primera columna, tantos elementos como hay en la segunda columna, este proceso se repite en cada fila, comenzando con la fila más alta. Quitando entonces la primera fila se tiene:

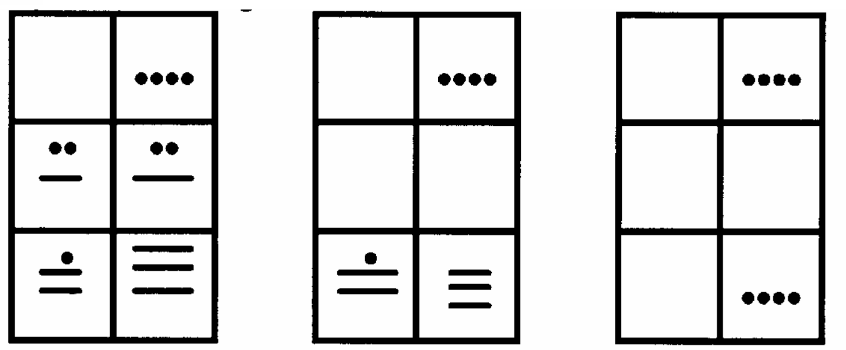


Se continua de esta manera, hasta terminar con todas las filas, el resultado está en la primera columna.

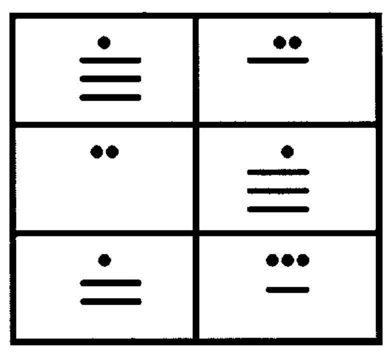
Ahora, otro ejemplo:

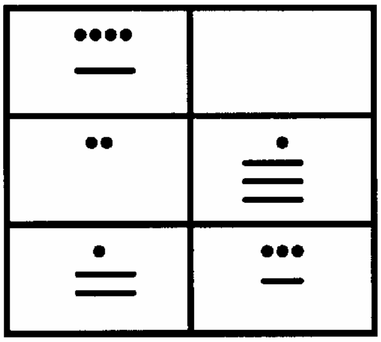


En este caso, la segunda columna tiene más elementos que la primera en la posición más alta, por lo que se retiran de la segunda columna, tantos elementos como hay en la primera. Como el resultado queda en la segunda columna, entonces convenimos que el resultado es un número negativo cuando queda en la segunda columna, véase el resultado.



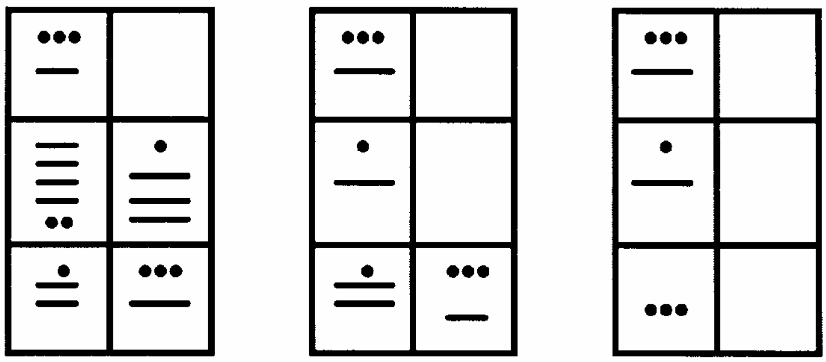
Un último ejemplo: En este se presenta el caso cuando tenemos que restar de una fila, y el minuendo es menor que el substraendo, veamos:





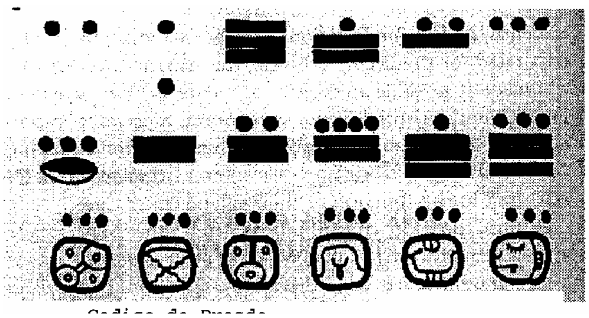
Se restará de la columna uno, los elementos de la columna dos, fila por fila, comenzando con la fila de la potencia mayor, en este caso, se inicia la resta en la tercera fila:

En la segunda fila, el minuendo es menor que el substraendo, en este caso, se baja una unidad de la fila superior, que se convierte en 20 unidades en esa fila, y de esta manera sí se puede restar, vea el ejemplo:



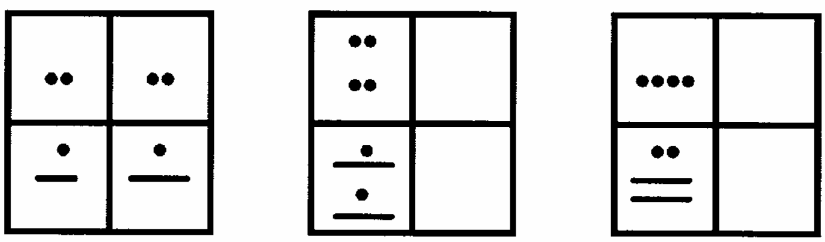
Con este proceso se obtiene el resultado final.

1.5.3 MULTIPLICACIÓN DE ENTEROS

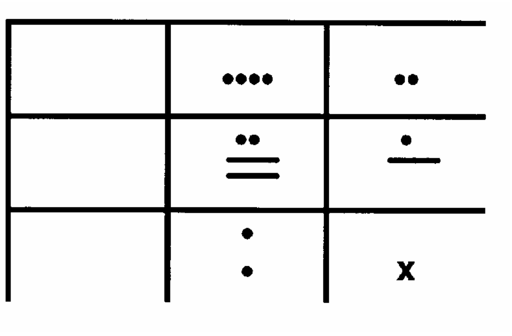


León-Portilla (1988), señala que en una hoja del código de Dresdre, aparecen diferentes cantidades que son múltiplos de otra.

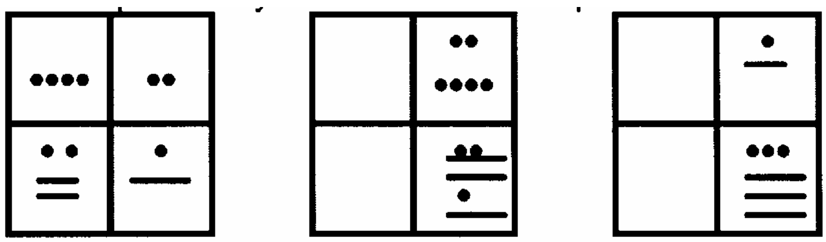
Algunos autores indican que el proceso de multiplicación, probablemente se hacía con sumas repetidas, por ejemplo, Seidenberg (pag. 380) "...a Maya Priest could have multiplied 23457 by 432, say, by repeated additions of 23457", estas conclusiones las hacen, probablemente, por la forma en que se construye la multiplicación en los números enteros. En los inicios de su desarrollo matemático, probablemente, esta fue la forma de efectuar multiplicaciones, pero, considerando las grandes cantidades que ellos manejaban en sus cálculos astronómicos y la exactitud de los mismo, es muy lógico pensar, que debieron de haber desarrollado un algoritmo para efectuar la multiplicación. Hasta el momento, no ha sido posible deducir históricamente dicho algoritmo. Se hará una simulación de este proceso para llegar a una propuesta personal, de lo que pudo haber sido el algoritmo de la multiplicación en el sistema Maya. Se inicia con la multiplicación de un número por 2, por ejemplo 46 por 2, colocamos en el reticulado el 46 en dos columnas y luego sumamos



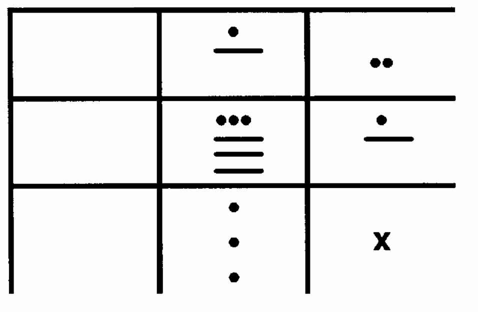
El resultado final se escribe de la forma siguiente, destacando los factores de la multiplicación.



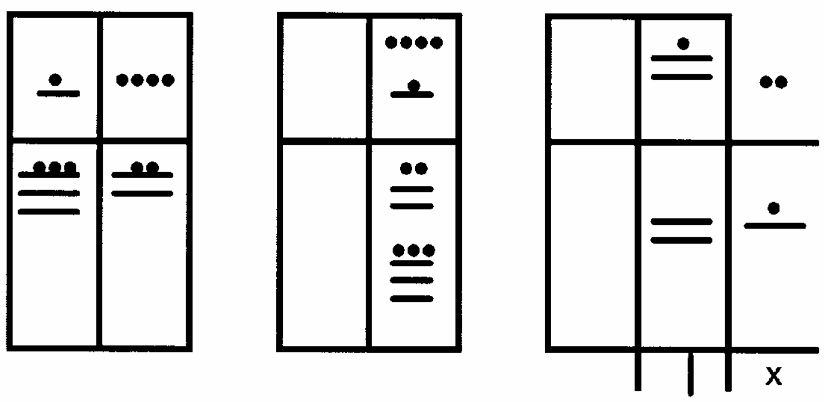
Ahora se multiplicará el 46 por 3, como se hizo la multiplicación por dos, ahora se sumará otra vez 46 a este producto y el resultado será 46 por 3



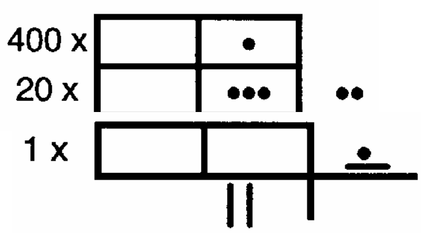
De nuevo se coloca el resultado final de la siguiente forma:

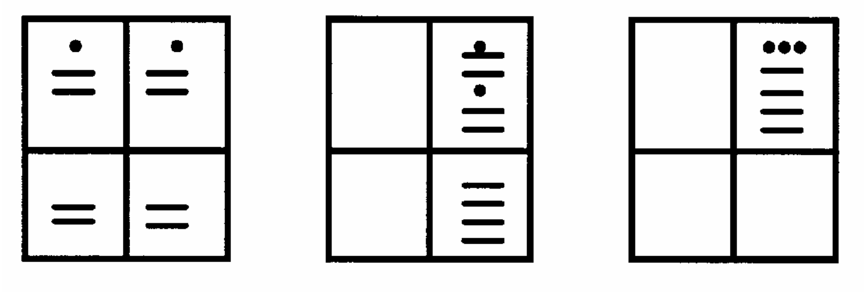


Qué hará para multiplicar 46 por 5 ?, Sumando el producto de 46 por dos con el producto de 46 por 3 se obtiene 46 por 5:

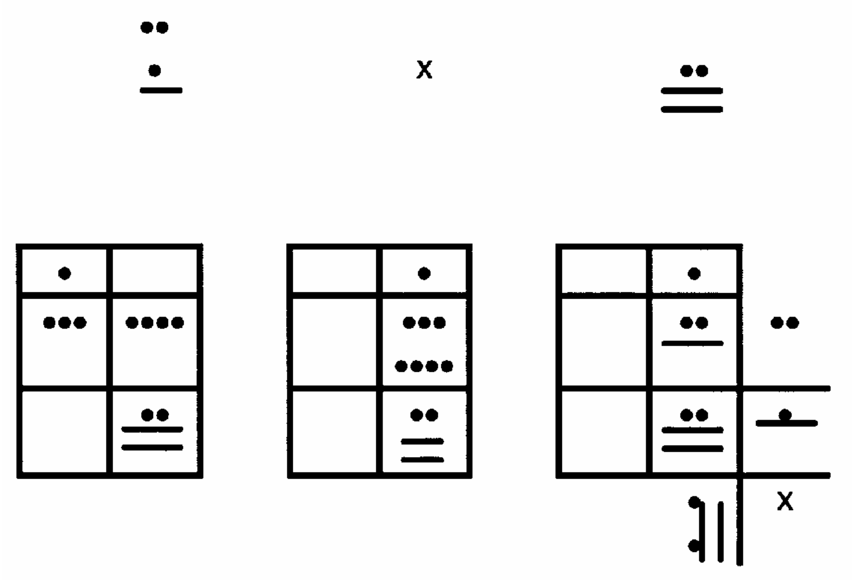


Ahora fácilmente se hará la multiplicación de 46 por 10

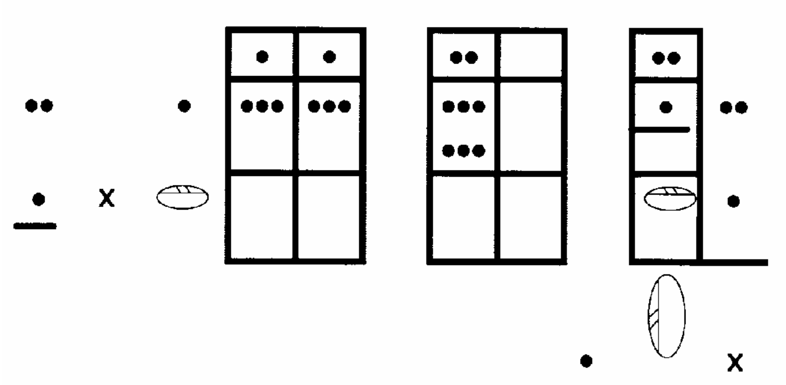




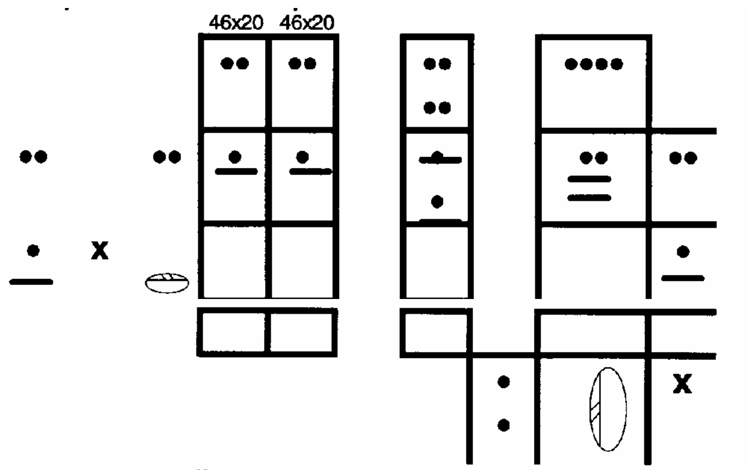
Recuerde que se está construyendo un algoritmo para la multiplicación, como ya se efectuó la multiplicación de 46 por 10 y de 46 por 2, ahora se hará la multiplicación de 46 por 12



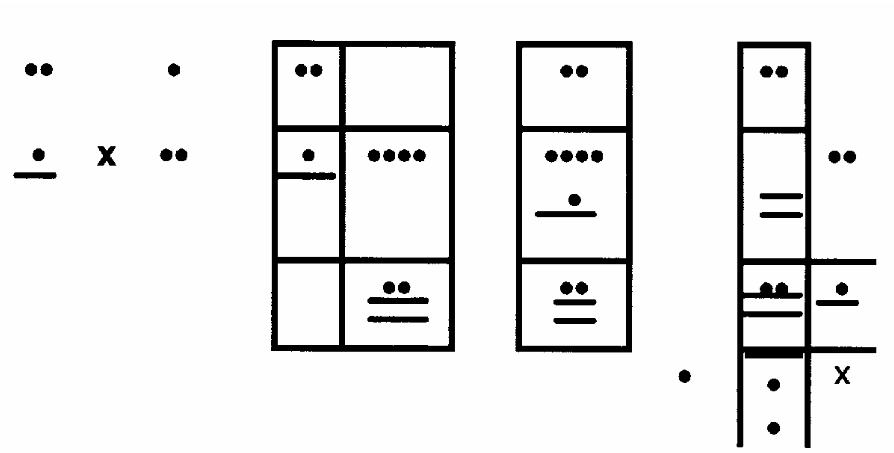
El resultado más interesante, se verá en la multiplicación de 46 por 20, que no es más que sumar dos veces la multiplicación de 46 por 10 obteniéndose:



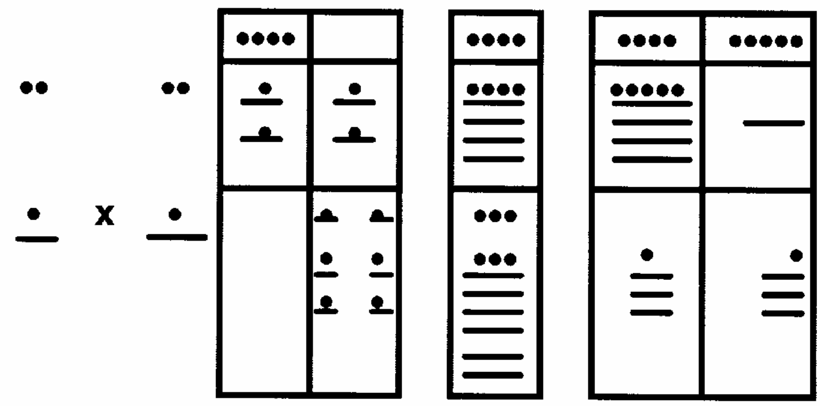
El producto tiene los mismos algaritmos del 46 el //y el solamente que en una posición más alta, es lo mismo que agregar un cero debajo de la posición inferior. Es semejante al proceso que se efectúa cuando se multiplica por una potencia de 10, solamente se agregan ceros. Se confirmará este proceso, multiplicando 46 por 40, que será la suma del producto de 46 por 20 dos veces.



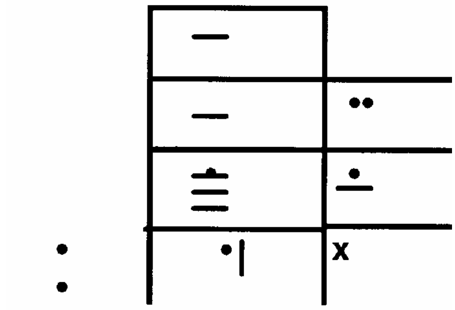
Al multiplicar 46 por 40, hemos multiplicado el 46 por 2 y agregado un cero debajo de la cifra inferior. Ahora se hace la multiplicación de 46 por 22, en la primera columna multiplicamos 46 por 2 y en la segunda columna multiplicamos por 20, para obtener:



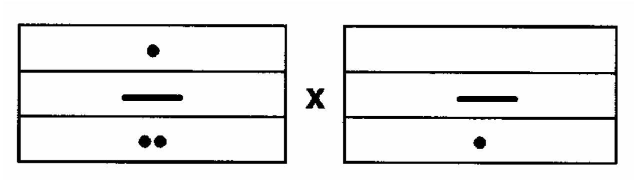
Ahora, se calculará el cuadrado de 46, es decir multiplicar 46 por 46. Esto es multiplicar el 46 por • en la primera columna y el 46 por •• en la segunda columna, luego sumar las dos columnas.



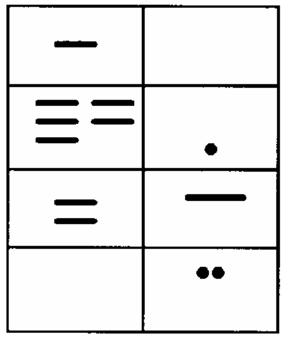
Finalmente obtenemos:

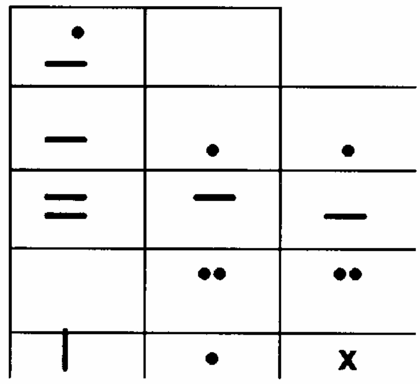


Un ejemplo un poco mayor, para afirmar el algoritmo, que indica que debe multiplicar el multiplicando por cada cifra del multiplicador y los resultados parciales, se colocan en la fila según la posición de la cifra del multiplicador. Además ya no se hará la identificación con el sistema decimal, entonces: multiplicar

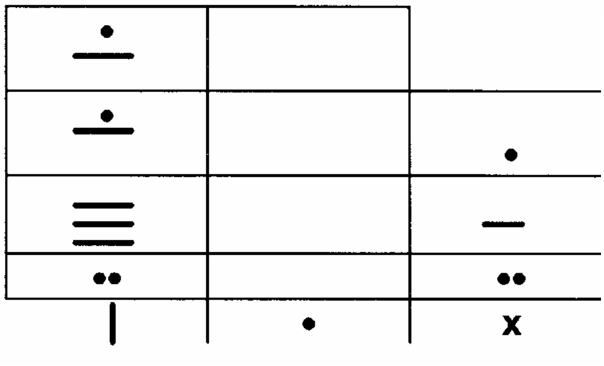


Se multiplica el multiplicando por • y se coloca el resultado en la primera columna a la derecha, luego se multiplica el multiplicando por ▬ y se coloca en la segunda columna, iniciando en la segunda fila.

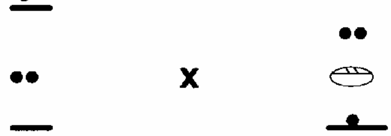




Para llegar al resultado final, se procede a la sumatoria de las columnas, las cuales se presentan de la siguiente forma:

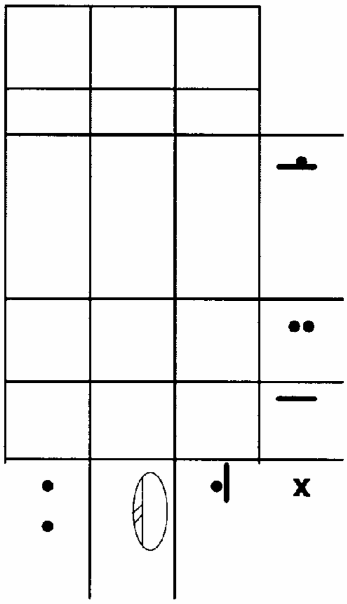


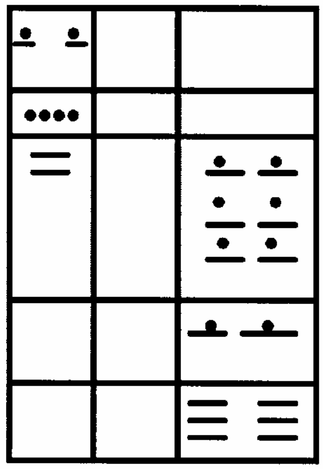
Un ejemplo más, multiplicar



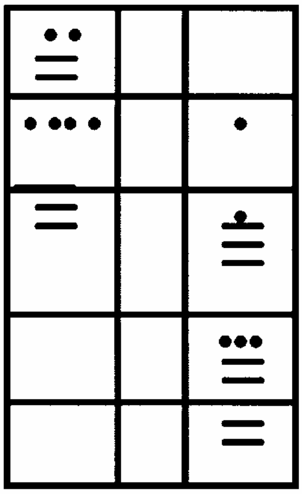
El multiplicando se multiplica por •• y se coloca en la primera columna, en la segunda columna tendríamos que poner la multiplicación por cero, entonces dejamos el espacio. En la tercera columna colocamos el resultado de

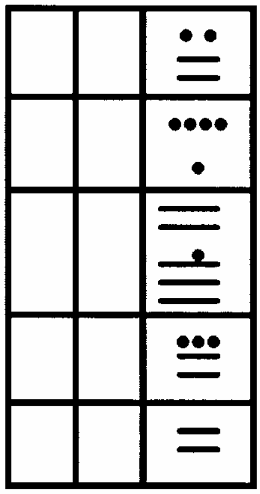
multiplicando por • y lo colocamos a partir de la tercera fila.

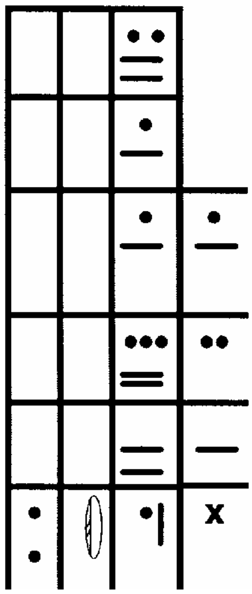




Seguidamente se realiza el proceso de sumar las columnas, para obtener el resultado final.







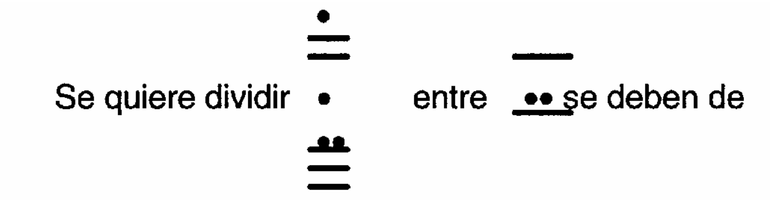
Quiere formarse una idea de la cantidad multiplicada?, pues se ha multiplicado 2445 por 806, y el producto es 1,970,670.

Entre las ventajas de este algoritmo, están:

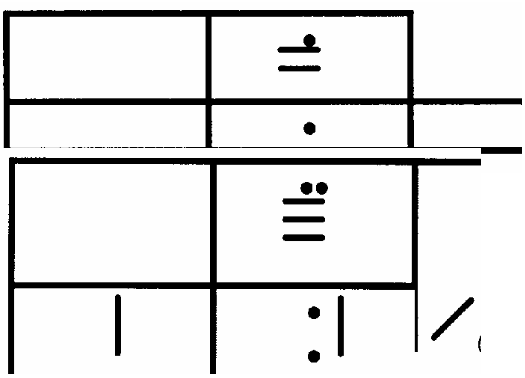
a) No necesita memorizar las tablas de multiplicar.
b) Es eficiente en los cálculos hechos en el sistema de base 10, facilitando la emigración del sistema de base 20 al de base 10 o cualquier otra base.

1.5.4 DIVISION DE ENTEROS

La construcción del algoritmo de la división es menos elaborada, se considerará como el proceso inverso de la multiplicación, esto es, dando un dividendo y un divisor, buscamos un cociente, tal que al multiplicarlo por el divisor, más el residuo (que puede ser cero), sea igual al dividendo.

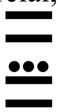


Colocar las cantidades en el reticulado, quedando de la siguiente forma:

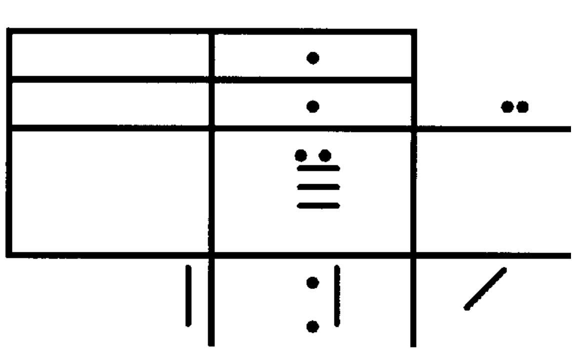


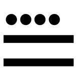
Luego, divida la primera cifra del dividendo entre la primera cifra del divisor, esto es, dividir  entre el cociente es igual a ••

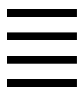
quiere decir que la primera cifra del cociente es ••, como sucede en el algoritmo de la división de base 10, ahora se necesita restar del dividendo, una cantidad igual al divisor multiplicado por el cociente parcial, esto es

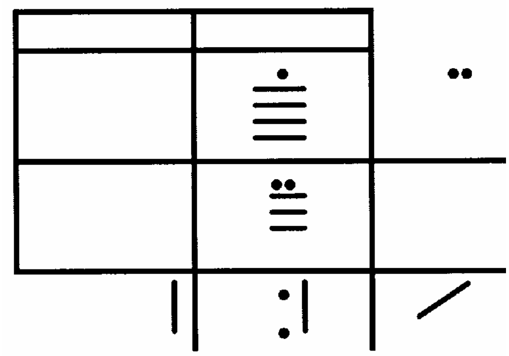


Se inicia esto retirando dos barras de la posición más alta

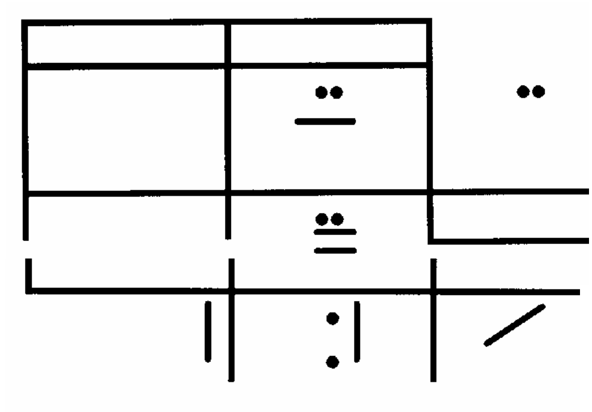


Ahora se necesita restar  de la segunda fila, pero sólo hay •.

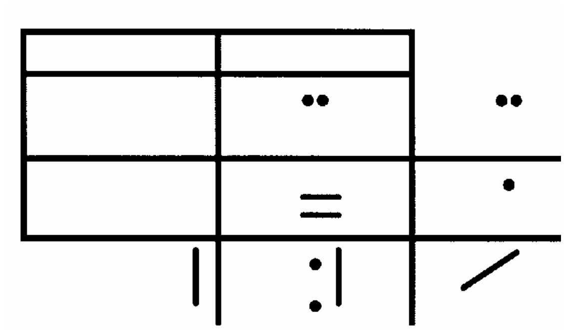
De la posición más alta se baja una unidad con valor de  en la posición inferior, véase el reticulado:



Luego, cuando se retira de la segunda posición, se queda el reticulado como:



Se continua dividiendo, ahora la primea cifra del dividendo entre la primera cifra del divisor, esto es: entre esto da • retiramos una barra de la segunda fila y un de la primera fila, quedando



Trasladando a base 10, lo que se calculó fue la división de 4437 entre 107, el resultado es 41 de cociente con un residuo de 50.

Al terminar la investigación los niños José y María le enseñaron a sus compañeros de clase, como se realizan las operaciones en la aritmética Maya, con los números en notación Maya.

1.6 BIBLIOGRAFIA

- Calderón, Hector M., "LA CIENCIA MATEMÁTICA DE LOS MAYAS", Editorial Orión México, 1966.
- Closs, Michael P., editor, "NATIVE AMERICAN MAATHEMATICS", University of Texas Press, Austin, 1988.

- EL LIBRO DE LOS LIBROS DE CHILAM BALAM, Trad. De Alfredo Barrera Vázquez y Silvia Rendón, 3ª. Edición, 1965, México. Fondo de Cultura Económica.

- Esparza Hidalgo, David, COMPUTO AZTECA, Editorial Diana, México, 1976.

- Landa. Fray Diego de, "RELACION DE LAS COSAS DE YUCATÁN", Editorial Pedro Robredo, México, 1938.

- León-Portilla, Miguel, "TIME AND REALITY IN THE THOUGHT OG THE MAYA", Second Edition, University of Oklahoma Press, Norman, 1988.

- Morley, Sylvanus G., "LA CIVILIZACION MAYA", Fondo de Cultura Económica, México, 1968

- Sedat S., Guillermo, NUEVO DICCIONARIO DE LAS LENGUAS K'EKCHI' Y ESPAÑOLA, Chamelco, Alta Verapaz, Guatemala. 1955. Tipografía Nacional.

- Seidenberg, A., "THE ZERO IN THE MAYAN NUMERICAL NOTATION", In: Michael P. Closs, editor, "NATIVE AMERICAN MAATHEMATICS", University of Texas Press, Austin, 1988.

- Sidki, Said, "INTRODUCAO A TEORIA DOS NUMEROS", 100 coloquio Brasileiro de Matemática, Pocos de Caldas, 1975.