

XVIII CONCURSO PARA EL FOMENTO DE LA
INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA

Resuelto por Orden de 22 de febrero de 2005 (BOJA núm. 52 de 15 de marzo de 2005)

Premio Joaquín Guichot

PRIMER PREMIO

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla

AUTORÍA

Carmen Arese Oliva
María Dolores Bogeat Ferreira
Guadalupe Buendía Castiñeira
Pilar Cazenave Bernal
Wenceslao Delgado Esteban
Pilar Escutia Basart
Dolores Pereira Figueroa
Manuel Sánchez Vázquez

Profesores y Profesoras del Departamento de Matemáticas
del Instituto de Educación Secundaria 'Gonzalo Nazareno' de Dos Hermanas (Sevilla)



CON LA COLABORACIÓN DE



Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla

Edita: Junta de Andalucía. Consejería de Educación
Dirección General de Innovación Educativa y Formación del Profesorado

Autoría: Carmen Arese Oliva
María Dolores Bogeat Ferreira
Guadalupe Buendía Castiñeira
Pilar Cazenave Bernal
Wenceslao Delgado Esteban
Pilar Escutia Basart
Dolores Pereira Figueroa
Manuel Sánchez Vázquez

© Junta de Andalucía. Consejería de Educación

Impresión: Mailing Andalucía, S.A.
ISBN: 84-690-0788-2
Depósito legal: SE-4917-06

Con la colaboración de **AGFA** 

PRESENTACIÓN

La investigación y la innovación educativas son elementos esenciales para avanzar en la calidad de la enseñanza que deseamos, por lo que suponen de creación de conocimiento educativo y de incorporación de cambios y de nuevas formas de proceder del profesorado en su actividad docente en los centros educativos. Su importancia es aún más relevante en todo sistema educativo que pretenda alcanzar su finalidad primordial: proporcionar la mejor educación posible, la más actualizada, la más completa para que la futura ciudadanía acreciente sus capacidades personales y adquiera las competencias necesarias para desarrollarse personal y socialmente en este siglo que nos toca vivir.

La Consejería de Educación, en colaboración con la empresa AGFA, convoca anualmente los Premios Joaquín Guichot y Antonio Domínguez Ortiz para el reconocimiento y difusión de los trabajos de investigación y de innovación realizados por el profesorado de los centros docentes andaluces. Con esta iniciativa, rendimos homenaje a estos dos eminentes historiadores andaluces y, sobre todo, rendimos homenaje a tantos profesores y profesoras andaluces, que con su inquietud intelectual y educativa crean conocimiento compartido y nos señalan el camino del buen hacer educativo.

El Premio Joaquín Guichot se viene concediendo desde 1986 en memoria del insigne historiador andaluz Don Joaquín Guichot y Parody, y se destina a aquellas experiencias o estudios de carácter educativo que promueven los valores propios de la identidad Andaluza. Por su parte el Premio Antonio Domínguez Ortiz, instaurado en 1998, en homenaje al ilustre profesor e historiador andaluz, reconoce los trabajos, las investigaciones e innovaciones dirigidas a la mejora de la práctica educativa en los centros docentes de Andalucía.

En la XVIII edición de estos premios, en la modalidad Joaquín Guichot, le ha correspondido el Primer premio al trabajo titulado "Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla", por su contribución a la mejora de las prácticas educativas y al conocimiento del Patrimonio artístico y cultural andaluz. Ofrece una guía y un amplio repertorio de actividades didácticas, dirigidas al alumnado de Educación Secundaria Obligatoria, para el estudio del recinto del Alcázar de Sevilla. Es fruto de un trabajo riguroso de investigación y destaca por su originalidad y carácter interdisciplinar ya que, desde la asignatura de Matemáticas, permite abordar el estudio de la Geometría, de forma integrada en la Historia de Andalucía. Así mismo se convierte en un instrumento didáctico de gran interés ya que su planteamiento es aplicable y extrapolable al estudio de otros elementos arquitectónicos y artísticos del rico Patrimonio Andaluz. La publicación del presente trabajo, que deseamos sea de utilidad para el profesorado y el alumnado, puede servir así mismo de referencia para emprender nuevas iniciativas innovadoras en los centros educativos andaluces.

Nuestro agradecimiento a la inestimable colaboración de la empresa AGFA en la dotación económica de estos premios; ejemplo de eficaz fórmula de cooperación entre la administración educativa y una empresa privada para incentivar la ilusión y el esfuerzo de aquellas personas en cuyas manos está la formación y el futuro de los jóvenes escolares andaluces, que serán los ciudadanos y ciudadanas de mañana.

Cándida Martínez López
Consejera de Educación

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	13
1.1. Antecedentes.....	13
1.2. Objetivos	14
1.3. Estructura del libro y posibilidades de uso	15
2. BREVE HISTORIA DEL ALCÁZAR DE SEVILLA.....	16
2.1. La “Casa del gobernador” o Dar al Imara	19
2.2. El “Alcázar de la bendición” o Qasr al Mubarak	19
2.3. El Palacio Almohade o Palacio del Yeso	20
2.4. El Palacio Gótico o Palacio del Caracol.....	20
2.5. Los Palacios Mudéjares	21
2.6. Los Austrias	21
2.7. Los Borbones	22
2.8. Siglo XX.....	23
3. PLANOS.....	25
4. TAREAS EN RECINTOS	31
4.1. Exteriores.....	34
4.2. Patio del León.....	38
4.3. Sala de Justicia y Patio del Yeso.....	43
4.4. Patio de la Montería	46
4.5. Casa de la Contratación.....	48
4.6. Palacio del rey Don Pedro	49
4.6.1. Vestíbulo	51
4.6.2. Patio de las Doncellas	53
4.6.3. Alcobas reales.....	59
4.6.4. Patio de las Muñecas y salas adjuntas	61
4.6.5. Salón de Embajadores y salas adjuntas	64
4.6.6. Salas del ala sur	68
4.7. Palacio Gótico	69
4.8. Patio del Crucero	73

4.9. Apeadero	76
4.10. Jardines del Alcázar	80
4.10.1. Jardín del Estanque de Mercurio	80
4.10.2. Jardín de la Danza	82
4.10.3. Jardín de Troya	84
4.10.4. Jardín de la Galera	85
4.10.5. Jardín de las Flores	86
4.10.6. Jardín del Príncipe.....	88
4.10.7. Jardín de las Damas	89
4.10.8. Jardín de la Cruz	93
4.10.9. Jardín Inglés	94
4.10.10. Jardín del Cenador	96
4.10.11. Jardín de los Poetas.....	100
4.10.12. Jardín del Retiro o de la Vega-Inclán	103
4.10.13. Jardín del Chorrón y de la Alcubilla	110

5. TABLA DE TAREAS POR CONTENIDOS CURRICULARES.....	113
---	-----

6. APÉNDICE A – ARCOS	127
-----------------------------	-----

6.1. Términos arquitectónicos relativos a los arcos	127
6.2. Tipos de arcos	128
6.3. Algunas actividades con arcos	134

7. APÉNDICE B – PROPORCIONES ESPECIALES	139
---	-----

7.1. Introducción.....	141
7.2. Divina proporción. Número Áureo	141
7.3. Proporción cordobesa	143
7.4. Proporción raíz de dos.....	144
7.5. Proporción raíz de tres	144
7.6. Actividades con las proporciones especiales.....	145

8. APÉNDICE C – FRISOS	147
------------------------------	-----

8.1. Conceptos básicos	149
8.2. Clasificación de los frisos	150
8.3. Algoritmo para clasificar un friso	151
8.4. Actividades con frisos	152

9. APÉNDICE D – ROSETONES	155
---------------------------------	-----

9.1. Conceptos básicos	157
9.2. Actividades	158

10. APÉNDICE E – MOSAICOS	161
10.1. Mosaicos periódicos planos	163
10.2. Mosaicos de un solo tipo de teselas	165
10.2.1. Mosaicos regulares	165
10.2.2. Mosaicos periódicos con triángulos no regulares.....	166
10.2.3. Mosaicos periódicos con cuadriláteros	166
10.2.4. Mosaicos periódicos con pentágonos.....	167
10.2.5. Mosaicos periódicos con hexágonos no regulares	169
10.2.6. Mosaicos con polígonos cóncavos de más de seis lados	172
10.2.7. Mosaicos en “bandas”	173
10.2.8. Mosaicos de modificaciones compensadas	174
10.2.9. Mosaicos nazaries.....	179
10.2.10. Rosetones infinitos con todas las teselas iguales	180
10.3. Mosaicos con más de un tipo de teselas	183
10.3.1. Mosaicos semirregulares.....	184
10.3.2. Otros mosaicos con polígonos regulares	184
10.3.3. Con polígonos modificados.....	185
11. APÉNDICE F – CÁLCULO DE ALTURAS	187
11.1. Utilizando el teorema de Thales	189
11.1.1. Con espejo.....	189
11.1.2. Con dos varas	190
11.1.3. Con báculo de Jacob.....	190
11.1.4. Con astrolabio.....	192
11.1.5. Con cuadrante	195
11.1.6. Con hipsómetro o cuadrante geométrico	196
11.2. Utilizando trigonometría	197
11.2.1. Con cuadrante goniométrico	198
11.2.2. Con goniómetro o teodolito	199
12. BIBLIOGRAFÍA.....	203
13. AGRADECIMIENTOS	207



1

INTRODUCCIÓN

- 1.1. Antecedentes
- 1.2. Objetivos
- 1.3. Estructura del libro y posibilidades de uso

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

Desde el curso 93-94 venimos trabajando en el Departamento de Matemáticas de IES Gonzalo Nazareno de Dos Hermanas (Sevilla) en distintos cursos, antes de BUP y ahora de ESO, con lo que llamamos “trabajos de investigación trimestrales”. Se trata de trabajos de grupo que proponemos a nuestro alumnado y que están relacionados con la materia del trimestre correspondiente. Uno de los que realizamos, en el curso 2000-01, fue hecho en colaboración con el Departamento de Historia de nuestro IES y utilizábamos una visita al Alcázar de Sevilla. Dicho trabajo se puede encontrar, explicado con detalle, en el número 57 (año 2003) de la revista Épsilon, de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

En la parte matemática de ese trabajo, para 4º de ESO, los alumnos y las alumnas debían resolver diversas cuestiones sobre los contenidos geométricos del currículo: cálculo de alturas usando el teorema de Thales, cálculo de áreas y volúmenes, movimientos y mosaicos. Para la elaboración de las cuestiones planteadas tuvimos que hacer varias visitas al Alcázar y allí, metidos en faena, vimos las grandes posibilidades que el recinto tenía para plantear ejercicios de geometría, variados y de distintos niveles de dificultad. Esta idea quedó ahí y volvió a asomar el año 2002, cuando nos decidimos a trabajarla solicitando ayuda para un proyecto de innovación en la convocatoria del 2 de mayo de 2002, aparecida en BOJA el 6 de junio de 2002 de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.

En el impulso inicial y en el trabajo realizado han tenido gran importancia tres publicaciones sobre el Alcázar que llegaron a nuestras manos:

- Un cartel sobre las fuentes en los jardines del Alcázar elaborado, gracias a un acuerdo entre la Universidad de Sevilla y el Patronato del Real Alcázar, bajo la dirección del profesor Juan Castro Fuertes. Aquí encontramos un trabajo gráfico planimétrico, con plantas, alzados y secciones de las fuentes y sus entornos, que nos ha sido muy útil.
- El libro *El trazado geométrico en la ornamentación del Alcázar de Sevilla* de María Isabel González Ramírez, arquitecta. Publicada conjuntamente por la Universidad de Sevilla y la Consejería de Obras Públicas y Transportes de la Junta de Andalucía, esta obra contiene unos primorosos dibujos de los trazados geométricos de los alicatados, yesos, puertas, techos, celosías, etc.
- Las cuarenta láminas de la *Planimetría del Alcázar de Sevilla*, obra realizada por la Escuela de Estudios Árabes del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, bajo la dirección del doctor arquitecto Antonio Almagro Gorbea, y publicada en colaboración con el Patronato del Real Alcázar.



1,2. Objetivos

El objetivo de este libro es proporcionar al profesorado de Matemáticas de Secundaria una serie de materiales que permitan trabajar los contenidos geométricos de la ESO, utilizando elementos que podemos encontrar en los diversos recintos del Alcázar de Sevilla.

Básicamente se trata de una colección de ejercicios y tareas en cuyos enunciados hemos aprovechado los variados elementos arquitectónicos y decorativos que allí hay. El Alcázar se presta especialmente bien a ello, debido al predominio de los modelos geométricos en su decoración. En unos casos, la resolución de los ejercicios o la realización de las tareas propuestas requieren la visita al Alcázar, para poder disponer de los datos necesarios. En otros, se pueden realizar sin la visita, suministrando a los alumnos los datos (medidas, dibujos, esquemas gráficos, fotos, ...) que necesiten. Pensamos que, si se puede, siempre será más interesante y completo llevar a los alumnos al Alcázar, aprovechando la visita para conocer algo de la historia y disfrutar de la belleza que encierran sus muros.

Aunque el libro contiene numerosos ejercicios, no se ha pretendido ser exhaustivo, sino presentar suficientes ejemplos de lo que cualquier profesor puede plantear y adaptar al trabajo con sus alumnos concretos.

Con este trabajo aspiramos a que el Alcázar de Sevilla sea otro medio a través del cual los alumnos de secundaria puedan aprender Matemáticas. De este modo, al mismo tiempo que enriquecen sus conocimientos geométricos, podrán aprender algo más de la historia de Sevilla y de España. Mientras que los estudiantes desentrañan los movimientos que sustentan los dibujos de su azulejería, la proporción de sus formas o los trazados de sus arcos, irán recibiendo el arte que emana de estos edificios y así, casi sin darse cuenta, podrán ir haciéndolo suyo, para luego llevarlo quizás a los arcos de sus patios, a los azulejos de sus casas, a los arriates de sus jardines o al diseño de sus ropas.

El Alcázar cautiva y sorprende, y gran parte de esa magia reside en su armonía. Es misión de los profesores de Matemáticas el facilitar que nuestros alumnos capten que también las Matemáticas están en la base de esa armonía.



1.3. Estructura del libro y posibilidades de uso

Tras un breve repaso histórico en el capítulo dos, y los planos básicos del capítulo tres, con los nombres de los distintos recintos que hoy podemos encontrar en el Alcázar, el material propio del libro empieza en el capítulo cuatro. Los ejercicios que se proponen empiezan en ese capítulo y se presentan agrupados por recintos.

Para cada recinto se proponen ejercicios variados y en el capítulo cinco se encuentran unas tablas que permiten buscar ejercicios de un contenido determinado, indicándose la página donde se encuentran y el recinto al que corresponden.

A partir del capítulo seis hemos incluido seis apéndices donde se explican, por separado, sendos temas geométricos que no son muy habituales en los libros de texto de la ESO, pero que sí están estrechamente ligados a los contenidos geométricos oficiales y que corresponden a parte de los ejercicios propuestos. Se trata de los distintos tipos de arcos arquitectónicos, las proporciones especiales, los frisos, los rosetones, los mosaicos y el cálculo de alturas.

Pensamos que todo este material puede usarse de diversas formas. Puede ser, por ejemplo, que queramos trabajar uno o más contenidos concretos en varios recintos y preparemos un itinerario conveniente con una lista de tareas a realizar por cada alumno o grupo de alumnos. O quizás queramos repartir a nuestros alumnos entre los diversos recintos, planteándoles ejercicios relativos a una o varias materias. A la hora de elaborar itinerarios o repartir el trabajo nos serán muy útiles los planos del capítulo tres, o los que vienen en el folleto guía que puede adquirirse en el Alcázar. También, desde luego, podemos usar gran parte del material prescindiendo de la visita. En la forma que sea, os animamos a hacerlo.





2

BREVE HISTORIA DEL ALCÁZAR DE SEVILLA

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



BREVE HISTORIA DEL ALCÁZAR DE SEVILLA

El conjunto de edificios y jardines que el público visita actualmente bajo el nombre de Real Alcázar de Sevilla es el resultado de la suma, a lo largo de más de once siglos, de una serie de construcciones ligadas al poder dentro de la ciudad: palacios, mezquitas, edificios administrativos, cuarteles de tropas, aljibes, huertos, jardines, etc. Esta pluralidad de edificaciones, que lo es también de estilos, es la que hace que muchas veces se refieran a él como Reales Alcázares de Sevilla, así en plural. En ellos han dejado su huella los reyes que han gobernado en Sevilla, en Al Andalus y, posteriormente, en España durante ese tiempo. Aún hoy sigue siendo residencia real de la corona española.

2.1. La “Casa del gobernador” o Dar al Imara

Al principio del siglo X, el que era todavía emir **Abd al Rahman III** recuperó la ciudad, que estaba en rebeldía contra el poder de Córdoba desde el año 890, y mandó construir un alcázar de fuertes muros fuera del núcleo urbano, para que sirviera de “casa del gobernador” y como medida frente a posibles nuevas insurrecciones.

La edificación se hizo en planta rectangular sobre un antiguo asentamiento romano y después visigodo. Su patio de armas correspondería en gran parte a lo que hoy es el Patio de Banderas, y en él se han descubierto restos de la antigua basílica de San Vicente Mártir, donde fuera enterrado San Isidoro.



2.2. El “Alcázar de la bendición” o Qasr al Mubarak

Tras la caída del califato de Córdoba, **Al Mutadid**, segundo de los reyes taifas de Sevilla y ya en siglo XI, comienza a construir un nuevo palacio ampliando hacia el oeste el antiguo Dar al Imara. Sería el “Alcázar de la Bendición” o Qasr al Mubarak, que fue concluido por su hijo **Al Mutamid**.



Su puerta principal estaba donde hoy se encuentra el arco de Mañara o de la Plata. La parte doméstica del palacio coincidía con el actual patio de crucero de la Casa de la Contratación, y el salón del trono, llamado Al Turayya por Zoraya, la constelación de las Pléyades, coincidiría con el emplazamiento actual del Salón de Embajadores del palacio de Pedro I.

2.3. El Palacio Almohade o Palacio del Yeso

Después de la etapa de los almorávides, de los que no hay obras destacadas en el Alcázar, los almohades hacen de Sevilla la capital de su imperio. Con ellos, siglos XII y XIII, el recinto amurallado llegaría a su máxima superficie, incluyendo una gran huerta y llegando, por el sur, hasta la actual calle San Fernando y, por el oeste, hasta el río.

Las construcciones palaciegas se organizaron en torno a distintos patios. En la zona del antiguo Dar al Imara, destacan las estancias del llamado posteriormente palacio del Yeso, alrededor del patio del mismo nombre, y un gran patio de crucero que estaba donde está ahora el de María de Padilla. En la zona doméstica del antiguo Qasr al Mubarak construyeron el patio de crucero, en torno al cual se situaban dependencias destinadas a los invitados importantes. Ese patio quedaría posteriormente dentro de las dependencias de la Casa de la Contratación, y actualmente dentro del edificio que ocupa la sede de la Consejería de Obras Públicas. También es de esta época la entrada de la actual Puerta del León.



2.4. El Palacio Gótico o Palacio del Caracol

Pasada la conquista cristiana de Sevilla (1248) por parte de **Fernando III**, su hijo **Alfonso X** reformó bastante la zona del palacio almohade dándole el sello gótico, propio de los reinos cristianos de la época. El palacio que construyó, en forma de U abierta hacia el norte, estaba formado por cuatro salones, con ventanales de estilo gótico y poco luminosos, y un pórtico que daba al antiguo patio de crucero almohade que se reformó, reforzándose las bóvedas del crucero del nivel inferior con nervaduras góticas y dejando debajo dependencias que llegarían a ser los llamados Baños de Doña María de Padilla en la época de Pedro I. Se edificaron cuatro torres en las esquinas con escaleras de caracol, que han dado lugar al nombre de Palacio del Caracol, con el que también se le conoce.

2.5. Los Palacios Mudéjares

Alfonso XI, tras su victoria en la batalla del Salado (1340), reforma el Palacio del Yeso construyendo en el lado oeste la Sala de Justicia, de claro estilo mudéjar, como correspondía al cambio de gustos en la corte hacia modelos islámicos.

Su sucesor, **Pedro I**, era un enamorado del arte musulmán y tenía predilección por Sevilla. Por eso hizo venir a los mejores alarifes y carpinteros de origen musulmán, tanto sevillanos como toledanos y granadinos, para construir su palacio, el Palacio del Rey Don Pedro o Palacio Mudéjar. Aunque alterado por reformas posteriores, es la parte más notable del Alcázar que ha llegado hasta nosotros. Las obras se iniciaron en 1364 y en sólo dos años se concluyeron. Es una construcción rectangular contigua al Palacio Gótico y que utilizó algunas estructuras anteriores, a pesar de lo cual tiene una gran unidad dentro de la complejidad de su planta. Las estancias se articulan alrededor de dos patios: el de las Doncellas, centro de la vida oficial, y el de las Muñecas, centro de la vida privada del monarca. La cúpula de media naranja del Salón de Embajadores se hizo posteriormente, en tiempos de **Juan II**.

Los **Reyes Católicos** también tuvieron una importante intervención en el Palacio Mudéjar, sobre todo en el piso superior, que terminaron de construir y acondicionaron confortablemente para estancias invernales. Después del descubrimiento y conquista de América mandaron construir la Casa de la Contratación (1503) sobre restos del palacio Al Mubarak. Desde aquí se organizaron muchas expediciones a América y la de Magallanes y Elcano alrededor del mundo, y, sobre todo, fue el centro director del comercio entre la península y los nuevos territorios.

2.6. Los Austrias

Después de la boda de **Carlos V** con Isabel de Portugal en el palacio de Pedro I, que se cree se celebró en la sala que hoy se llama Salón del Techo de Carlos V, se realizaron reformas y construcciones que se centraron especialmente en el Palacio Mudéjar, imponiéndose el estilo renacentista. Se actuó sobre todo en la planta alta y se remodeló el Patio de las Doncellas. También se reformaron los jardines y se construyó el cenador de la Alcoba o de Carlos V.

Felipe II siguió con las reformas y reparaciones empezadas por su padre, con trabajos sobre techos, artesonados y columnas. Se actúa también en la decoración del Palacio Gótico y se crea la arcada occidental del Patio de la Montería.

Durante los reinados de **Felipe III** y **Felipe IV** tienen lugar las intervenciones



del arquitecto italiano Vermondo Resta, con un plan global de mantenimiento y remodelación que llevaron el sello del nuevo estilo clasicista manierista. De esta época son: la nueva portada de acceso desde el Patio de Banderas, el Apeadero, la terminación del Patio de la Montería, las nuevas caballerizas y las nuevas cocinas, la remodelación de los jardines en el más puro estilo clásico manierista, con esculturas de dioses, grutas, puentes, fuentes... , y la Galería del Grutesco, utilizando los restos de la antigua muralla. Entre los años 1625 y 1626 se construyó en la zona del actual Patio del León un corral de comedias, el Corral de la Montería, hecho totalmente en madera y que funcionó hasta el año 1691, en el que fue destruido por un incendio poniendo en peligro varias dependencias del Alcázar.

2.7. Los Borbones

En el reinado de **Felipe V** el Alcázar albergó durante cuatro años a la corte española. Se remodeló la zona contigua al Apeadero construyéndose la Armería Real, hoy sala de exposiciones.

Reinando **Fernando VI** se produjo el terremoto de Lisboa (1755), que causó destrozos en algunas zonas del Alcázar. Entre otros, la destrucción completa de las estancias que quedaban aún del antiguo Alcázar por detrás de la Casa de la Contratación.

En tiempos de **Carlos III** se lleva a cabo el macizado total del suelo del nivel superior del Patio del Crucero (Patio de Doña María de Padilla), quedando la zona de los baños totalmente subterránea, con salida al jardín del Danza.



También se realizó la galería de paso entre el Apeadero y el Patio de la Montería, y un nuevo pórtico del Palacio Gótico en estilo jónico, con motivo de la reforma del Salón de Tapices, en mal estado desde el terremoto.

Terminada la guerra de la Independencia, **Fernando VII** nombró alcaide del Alcázar al escocés Downie, quien realizó algunas actuaciones con poco acierto, como fue la de encalar las galerías del patio de las Doncellas, con lo que se perdió su coloración primitiva.

Siendo reina **Isabel II**, el Alcázar fue residencia de los Duques de Montpensier, llevándose adelante numerosas reparaciones y reformas, algunas de las cuales han sido criticadas, como la colocación de reproducciones de yeserías copiadas de la Alhambra en la zona del Patio de las Muñecas.

2.8. Siglo XX

En el siglo XX cabe destacar la creación de los jardines nuevos, debidos al Marqués de la Vega Inclán y al arquitecto Gómez Millán. El resto de intervenciones desde entonces han consistido fundamentalmente en reparar y conservar.

El año 1931 la titularidad del Alcázar pasó al Ayuntamiento de Sevilla, que se encarga de su gestión y conservación. Desde 1993 esto se hace a través del Patronato del Real Alcázar de Sevilla. En 1988 se firmó un convenio entre el Ayuntamiento de Sevilla y el Patrimonio Nacional, por el que se establece que el Ayuntamiento, como único propietario, autoriza el uso exclusivo, con carácter indefinido, del llamado Cuarto Real Alto y sus dependencias anejas por parte de los miembros de la familia real cuando vienen a Sevilla.





3

PLANOS

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



PLANOS

Como ayuda en la orientación al movernos por el recinto del Alcázar, y para que puedan servir a la hora de preparar itinerarios concretos, hemos puesto en las siguientes páginas tres planos:

- un plano general de los Reales Alcázares
- un plano del Palacio del Rey Don Pedro
- un plano de la zona del Palacio Gótico.

Los tres son reproducciones parciales de láminas de la *Planimetría del Alcázar de Sevilla*, realizada por la Escuela de Estudios Árabes del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

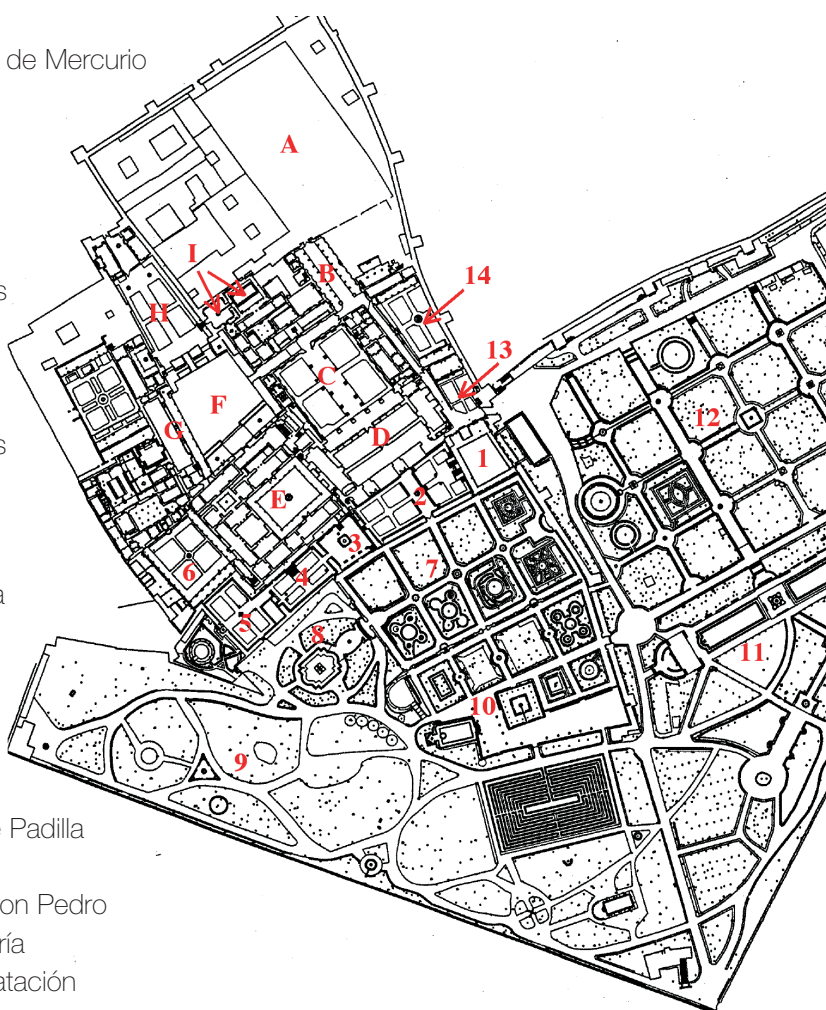
3.1. Plano General de los Reales Alcázares

• Jardines:

1. Jardín del Estanque de Mercurio
2. Jardín de la Danza
3. Jardín de Troya
4. Jardín de la Galera
5. Jardín de las Flores
6. Jardín del Príncipe
7. Jardín de las Damas
8. Jardín de la Cruz
9. Jardín Inglés
10. Jardín del Cenador
11. Jardín de los Poetas
12. Jardín del Retiro
o de Vega Inclán
13. Jardín del Chorrón
14. Jardín de la Alcubilla

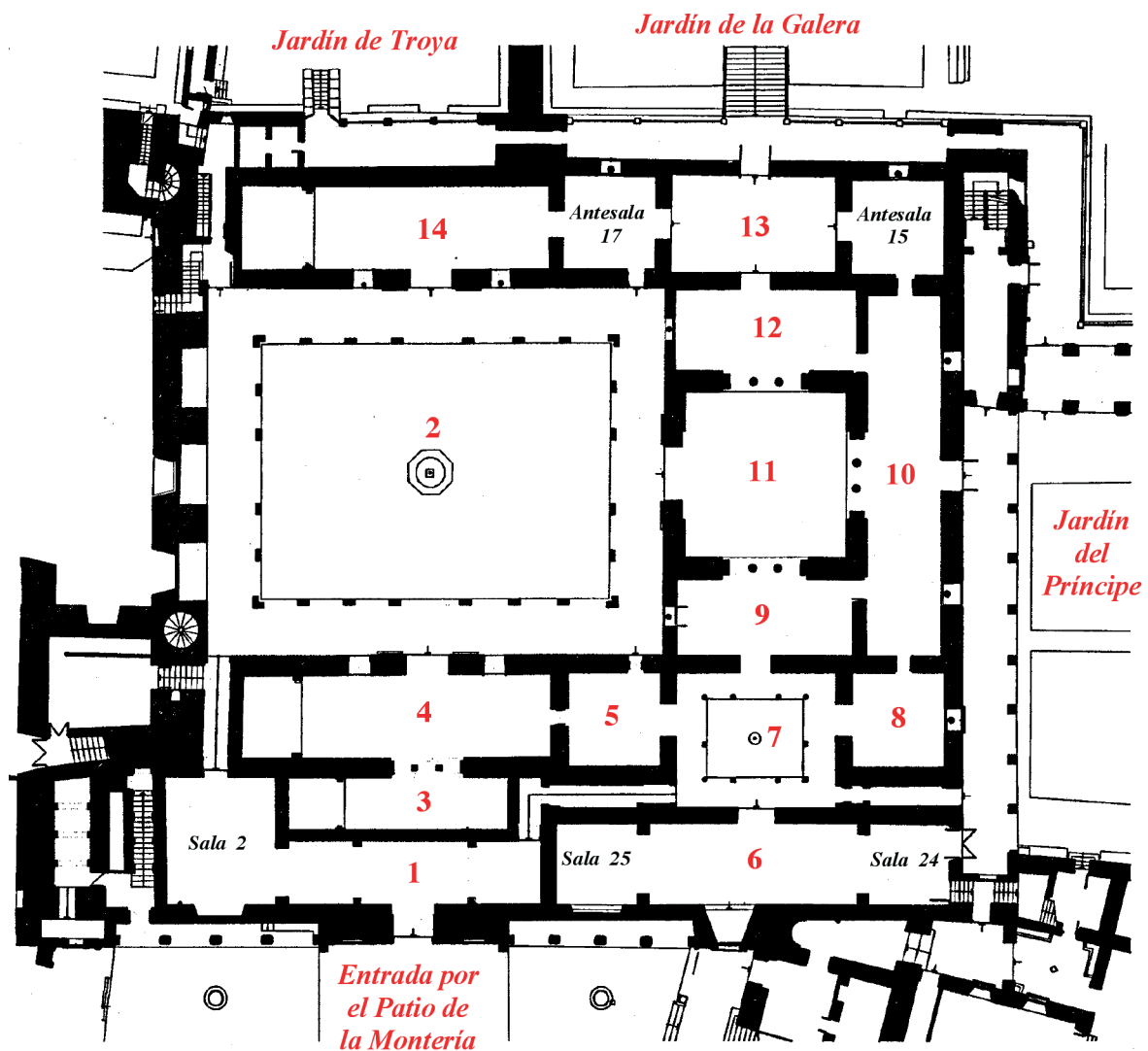
• Dependencias:

- A. Patio de Banderas
- B. Apeadero
- C. Patio del Crucero
o de Doña María de Padilla
- D. Palacio Gótico
- E. Palacio del Rey Don Pedro
- F. Patio de la Montería
- G. Casa de la Contratación
- H. Patio del León
- I. Sala de Justicia y Patio del Yeso

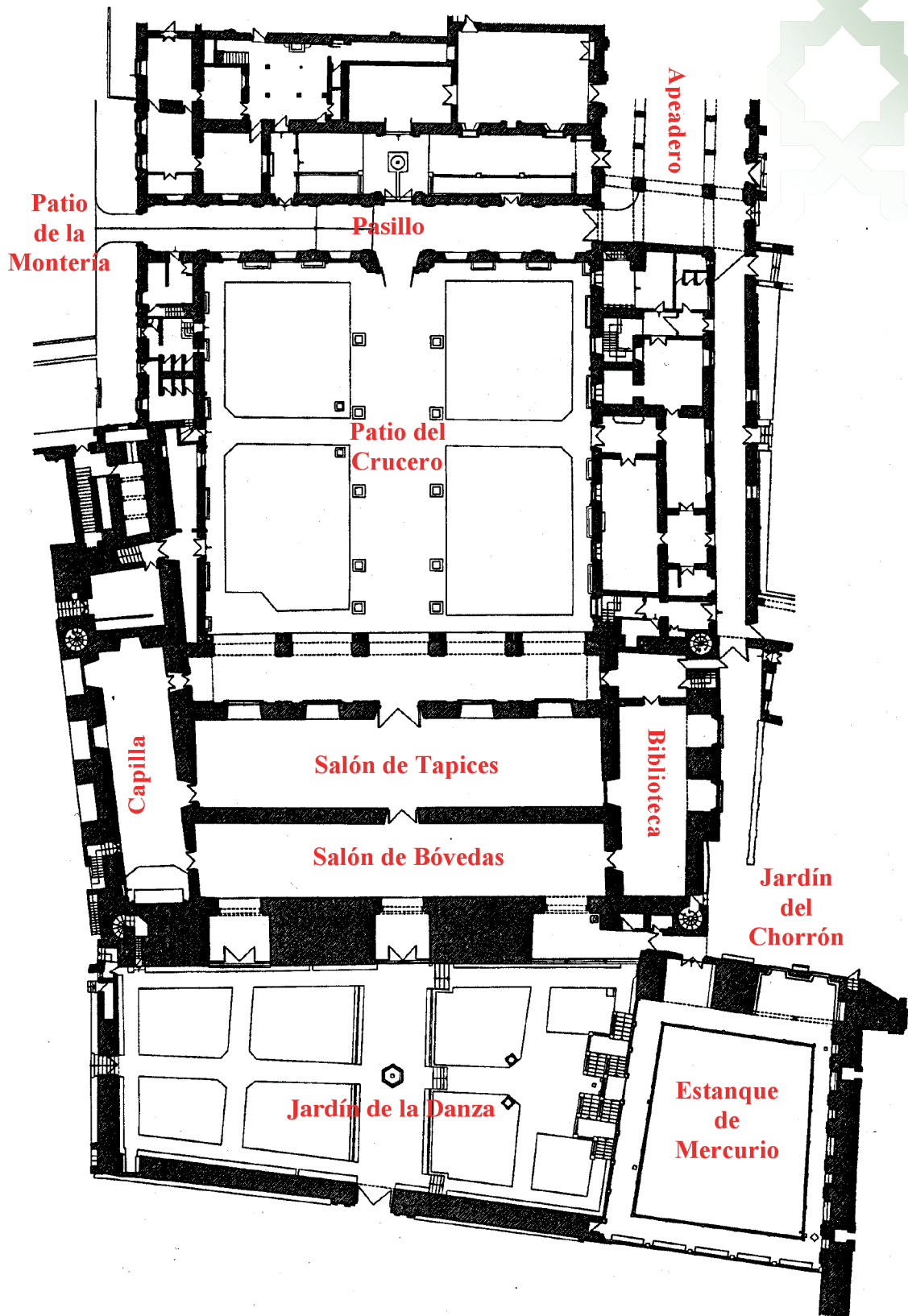


3.2. Plano del Palacio del Rey Don Pedro

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. Vestíbulo | 9. Salón de Sevillanos |
| 2. Patio de las Doncellas | 10. Sala del Techo de Felipe II |
| 3 y 4. Alcobas reales o Dormitorios de los Reyes Moros | 11. Salón de Embajadores |
| 5. Sala de los Pasos Perdidos | 12. Salón de Toledanos |
| 6. Salón del Príncipe | 13. Comedor |
| 7. Patio de las Muñecas | 14. Salón del Techo de Carlos V |
| 8. Sala del Techo de los Reyes Católicos | |



3.3. Plano del Palacio Gótico





4

TAREAS EN RECINTOS

- 4.1.Exteriores
- 4.2.Patio del León
- 4.3.Sala de Justicia y Patio del Yeso
- 4.4.Patio de la Montería
- 4.5.Casa de la Contratación
- 4.6.Palacio del rey Don Pedro
- 4.7.Palacio Gótico
- 4.8.Patio del Crucero
- 4.9.Apeadero
- 4.10.Jardines del Alcázar



TAREAS EN RECINTOS



4.1. Exteriores

La parte más notable de muralla del Alcázar que podemos contemplar hoy día está en la Plaza del Triunfo, y corresponde al primitivo Dar al Imara o “Casa del Gobernador” de Abd al Rahman III. Está construida con los grandes sillares de la antigua muralla romana de Sevilla. El lienzo de muralla donde

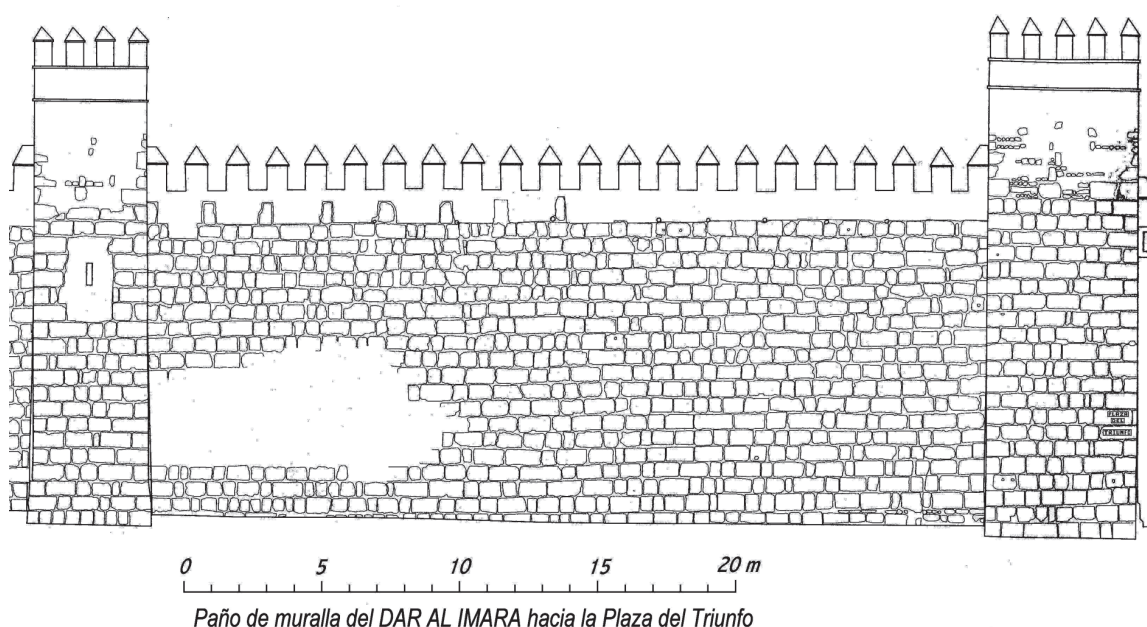


se encuentra la llamada Puerta del León es posterior, correspondiendo al Qasr al Mubarak o “Alcázar de la Bendición” de los reyes taifas. La puerta en sí no es de esta época sino almohade.

Fuera del recinto actual de los Reales Alcázares pueden encontrarse restos de dependencias, murallas, puertas y torres, que pertenecieron al conjunto palaciego en sus periodos de mayor extensión. Así el patio de crucero de la antigua Casa de la Contratación, el arquillo de la Plata o de Mañara, entrada desde el río del Al Mubarak, la Torre de la Plata, torre defensiva que formaba parte de la muralla almohade y de la casa de la moneda andalusí, y la Torre del Oro, última en dirección oeste y que servía de defensa del puerto.

Actividad A

1. Utilizando el dibujo con escala gráfica de arriba, calcula las alturas de las torres y la distancia entre ellas. Halla también el área del paño de muralla entre las torres, sin incluir la zona de las almenas.

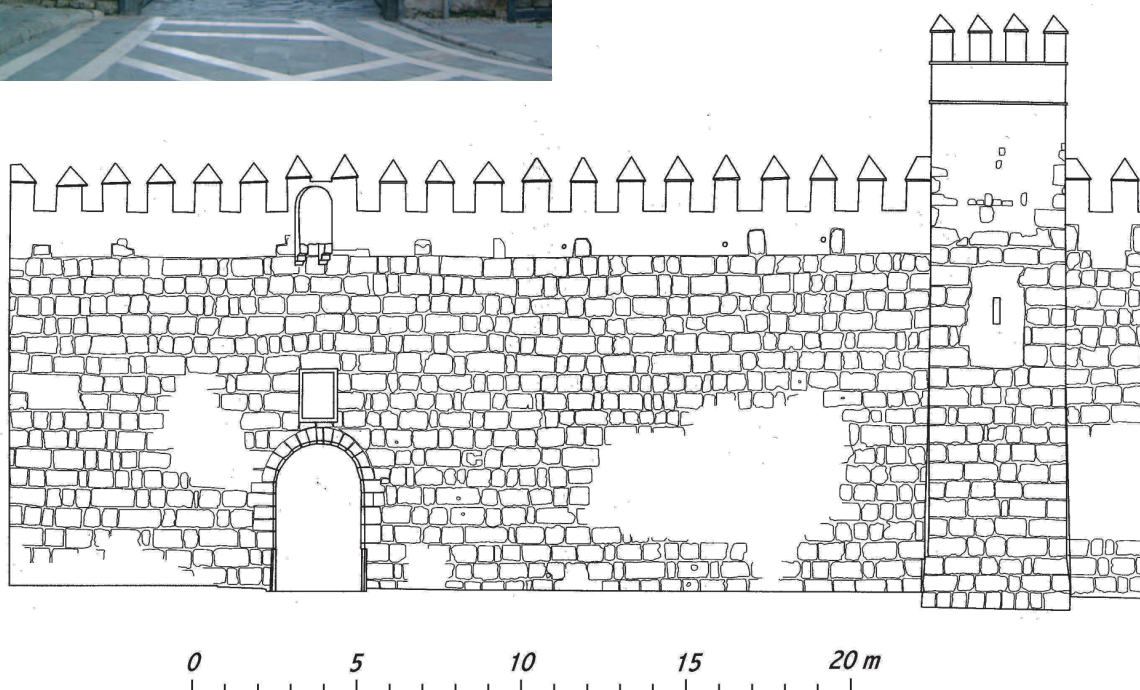


2. Con las alturas obtenidas en el apartado 1), y tomando sobre el terreno las medidas necesarias, haz una estimación del volumen de las dos torres.
3. Sitúate en la Plaza del Triunfo y, utilizando un instrumento adecuado, toma las medidas necesarias para calcular la altura de las dos torres, utilizando alguno de los procedimientos con el teorema de Thales del apéndice F.
4. Lo mismo que en el apartado anterior, pero con ayuda de la trigonometría.
5. Compara los resultados obtenidos en los apartados 1), 3) y 4) para las alturas de las torres. ¿Cuáles consideras más fiables? ¿Por qué?

Actividad B



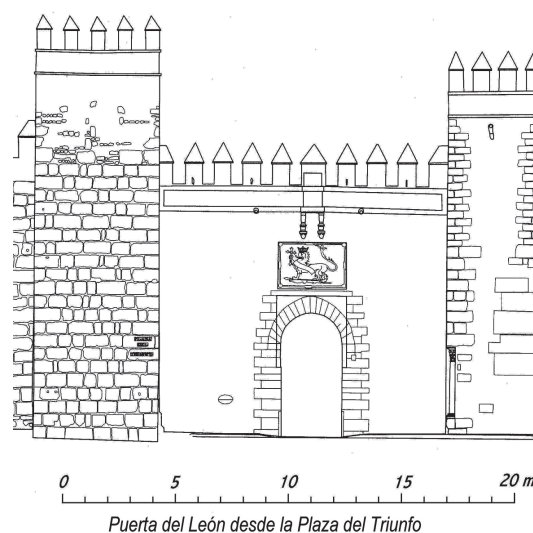
1. Utilizando la escala gráfica del dibujo superior de la página siguiente, calcula:
2. Superficie del hueco de la puerta del Patio de Banderas.
3. ¿Qué tipo de arco tiene la mencionada puerta?
4. Estima el número de piedras que forman el paño de muralla que se ve a la izquierda de la torre. Sugerencia: cuenta in situ el número de piedras que hay en un trozo rectangular no muy grande de la muralla (de entre 2 y 3 m²), y compara la superficie de ese trozo con la superficie total del paño de muralla, calculada utilizando la escala gráfica del dibujo.



Puerta del Patio de Banderas desde la Plaza del Triunfo

Actividad C

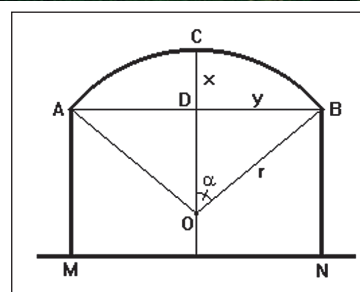
1. Utilizando el dibujo con escala gráfica de abajo, calcula la superficie real del rectángulo donde está enmarcado el león.
2. ¿Cuál es la escala numérica a la que está el dibujo?
3. ¿Cuáles serían las medidas de la puerta en un dibujo a escala 1:50?
4. Estima el volumen y el peso de una de las almenas y de la columna cercana a la puerta. Para el peso debes calcular primero la densidad de un material análogo.



Actividad D

En la parte de la muralla, cercana a la Puerta del León, que mira a la calle Miguel de Mañara encontrarás el arco rebajado de la siguiente foto. A su derecha tienes un esquema del borde exterior del arco, suponiendo que se prolongara hasta el suelo M.

1. Mide in situ los segmentos $AM = BN$, AB y CD , con lo que tendrás los valores de $x = CD$ e $y = DB$.
2. Deduce a partir de x e y la medida del radio r del arco.
3. Realiza un dibujo a escala del arco, siguiendo el modelo del esquema adjunto y eligiendo una escala adecuada para que el dibujo quepa en un papel A4.
4. En el dibujo a escala del apartado anterior inscribe el mayor cuadrado que se pueda, con un lado sobre el suelo y dos vértices en el arco. ¿Cuánto mediría el lado de ese cuadrado en la realidad?



5. Calcula el valor del ángulo α .
6. Usando el ángulo hallado en el apartado anterior, calcula la longitud del arco AB y la superficie del segmento circular correspondiente.



Actividad E

En el trozo de muralla que continúa en la calle Joaquín Romero Murube, y a un nivel inferior al suelo actual, encontramos, cegada, la antigua puerta que ves en la foto adjunta. En ella puedes apreciar dos arcos superpuestos. Identifícalos y realiza un dibujo a escala de ellos.

Actividad F



En el siguiente dibujo a escala de la Puerta del Apeadero señala los rectángulos especiales (Apéndice B): áureos, cordobeses, raíz de 2, ..., si los hay, marcando una de sus diagonales y poniendo de qué tipo es cada uno de ellos.



Actividad G

Desde distintos puntos del Patio de Banderas es visible el punto más alto de la Giralda y, por ello, es posible calcular su altura respecto al suelo de este patio, utilizando alguno de los aparatos y procedimientos descritos en el apéndice F. Hazlo.

Actividad H

Clasifica los arcos que se ven en el subsuelo y paredes del patio de crucero de la Casa de la Contratación.

Actividad I

Tomando las medidas necesarias, realiza un cálculo estimativo del volumen de agua que cabría en el conjunto total de estanques comunicados del crucero.



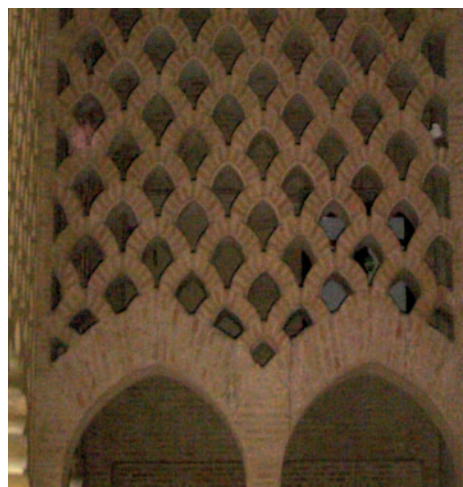
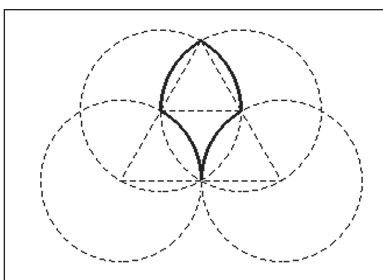
Actividad J

Realiza en Cabri un dibujo esquemático semejante al que forman los arcos de la foto adjunta, correspondiente a uno de los laterales del subsuelo del patio de la Casa de la Contratación. Hazlo a modo de friso, dibujando el "motivo" y extendiéndolo mediante traslaciones a derecha e izquierda.



Actividad K

En la foto adjunta puedes ver un paño de “sebka” sobre dos arcos. Este tipo de adorno con estructura de red romboidal a partir de una figura de contornos curvos o mixtilíneos es típico del arte almohade. En este caso, la figura base de la sebka es la “escama o pétalo” nazari, cuya construcción puedes observar en el dibujo adjunto.



1. Halla el área y el perímetro de un pétalo, si el radio de las circunferencias de partida fuera de 40 cm.
2. Realiza en Cabri un trozo de embaldosado con traslaciones a partir de un pétalo.

4.2. Patio del León

Tras atravesar la Puerta del León, entrada normal para las visitas al Alcázar, nos encontramos con una zona de patios ajardinados, que es la que recibe actualmente el nombre de Patio del León. Hacia el este, el patio está limitado por un paño de muralla del Dar al Imara. Hacia el sur, limita con el Patio de la Montería, del que le separa un lienzo de muralla con tres arcos. Este muro tiene su origen en el siglo XII (periodo almohade). Junto a él encontramos, en el lado este, la entrada de la Sala de Justicia



y al otro extremo la entrada a un patio con fuente. Por este patio podemos pasar a una sala que comunica con el Cuarto del Almirante de la Casa de la Contratación.

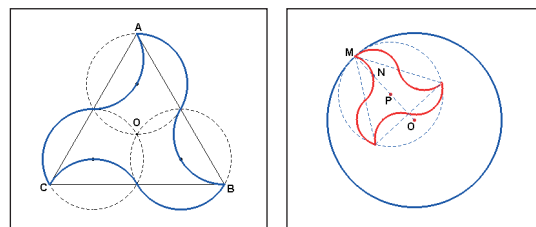
Primitivamente, toda esta zona, junto al Patio de la Montería, era una gran explanada delante de los palacios árabes. En este espacio se construyó, entre los años 1625 y 1626, el mayor teatro de Sevilla en esta época, el llamado Corral de la Montería, donde se representaron las más importantes obras del Siglo de Oro español. Este teatro, de madera y planta oval, resultó destruido por un gran incendio en el año 1691.

Actividad A

En el primer patio que encontramos al pasar por la Puerta del León hay una tienda de recuerdos del Alcázar, cuyo logotipo, que ves en la foto, contiene una pajarita nazarí en negro. Observa la figura adjunta para comprender como puede ser dibujada dicha pajarita. Se ha comenzado dibujando el baricentro O de un triángulo equilátero ABC , y trazando las tres circunferencias que pasan por los vértices y tienen su centro en los puntos medios entre el baricentro O y cada uno de los vértices A , B y C . ¿Cómo sigue?



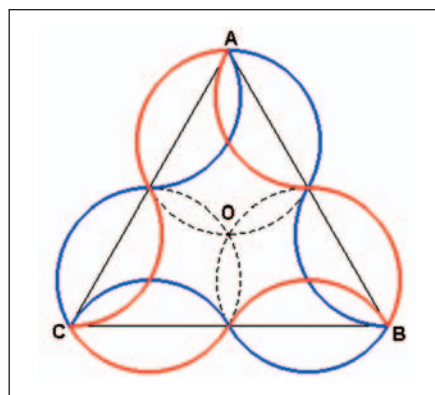
1. Dibuja con regla y compás (o con el programa CABRI) una pajarita nazarí.
2. Si partes de un triángulo equilátero de 10 cm de lado, ¿cuánto medirá la mediana? ¿Cuánto medirá el radio de las tres circunferencias?
3. Halla la superficie de la pajarita.
4. Halla el perímetro de la pajarita. Pista: Debes averiguar primero el ángulo central correspondiente a cada uno de los arcos de circunferencia que forman la pajarita.



5. En este otro dibujo adjunto tienes el esquema del logotipo de la tienda, con una pajarita dentro de un círculo. Suponiendo que el radio de la circunferencia circunscrita a la pajarita es $3/5$ del radio del círculo completo, ¿qué tanto por ciento de superficie ocupa la pajarita dentro del logotipo?

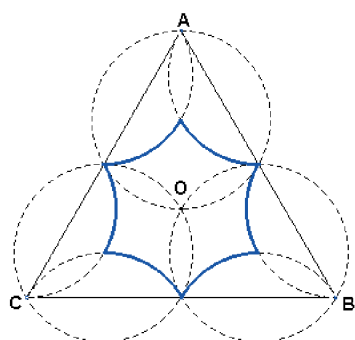
Actividad B

En esta otra figura tienes las dos pajaritas simétricas que pueden dibujarse sobre un mismo triángulo equilátero. Detalla las simetrías y giros que transforman esta figura en sí misma, teniendo en cuenta los colores y sin tenerlos en cuenta.

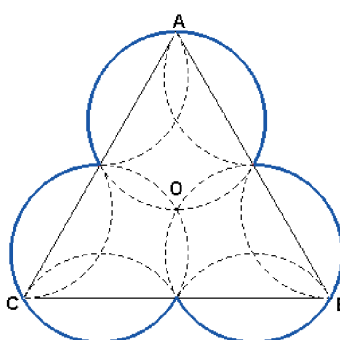


Actividad C

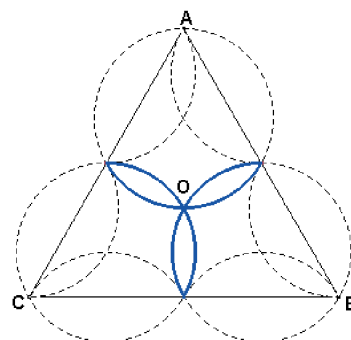
En los siguientes dibujos tienes destacadas en azul varias figuras asociadas a la doble pajarita simétrica de la actividad anterior. Halla el perímetro y el área de cada una de ellas.



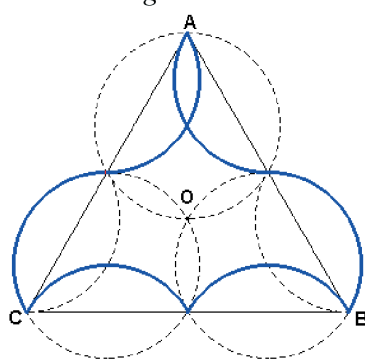
Hexágono cóncavo



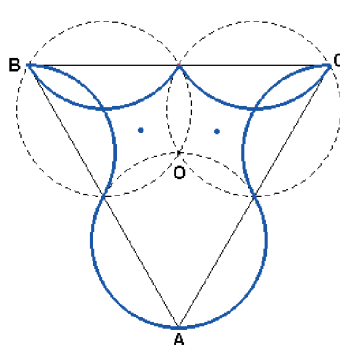
Trébol



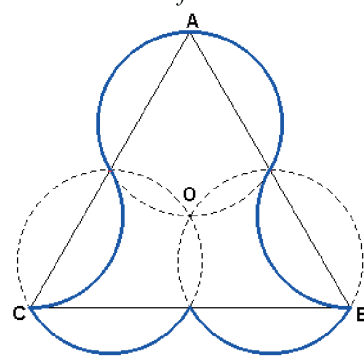
Trifolio



Pájaro



Vaquita

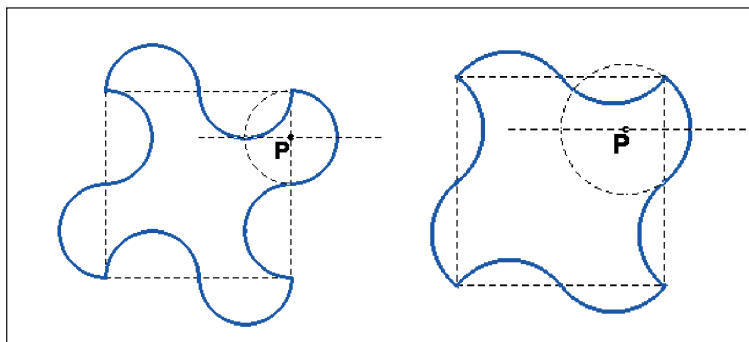


Cabellera

Actividad D

El mismo tipo de construcción que a partir del triángulo equilátero produce la pajarita nazarí, puede utilizarse sobre un polígono regular cualquiera dando lugar a lo que genéricamente podríamos llamar "estrellas ninjas". Se trata de sustituir cada lado del polígono por dos arcos simétricos respecto a su punto medio. Cada arco tiene su centro P sobre la mediatriz de cada medio lado. Según la posición del punto P , más o menos alejado del lado, obtenemos arcos de amplitudes distintas y estrellas de apariencia distinta. En los dos dibujos adjuntos tienes dos "estrellas ninjas" sacadas a partir de un cuadrado.

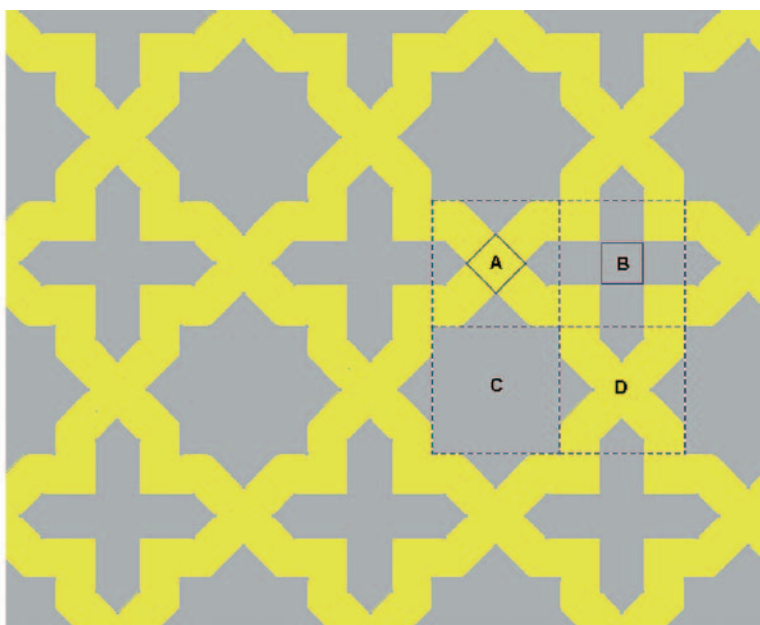
1. Todas estas estrellas tienen la misma superficie que el polígono regular de partida (¿por qué?), pero sus perímetros varían según la posición del punto P . Halla el perímetro de las dos dibujadas, suponiendo que los cuadrados de partida son de 8 cm de lado y sabiendo que en la de la izquierda el punto P está sobre el lado del cuadrado, y que en la de la derecha la circunferencia de centro P tiene por radio los $5/16$ del lado del cuadrado.



2. Dibuja estrellas ninjas diseñadas por ti a partir de otros polígonos regulares (pentágonos, hexágonos, ...)
3. Si los polígonos de partida son triángulos equiláteros, cuadrados o hexágonos regulares, las estrellas que se obtienen sirven para “teselar” el plano. Es decir, si dibujas y recortas varias estrellas iguales, las piezas obtenidas encajan entre sí y puedes formar con ellas un mosaico. Hazlo utilizando cartulinas de colores.

Actividad E

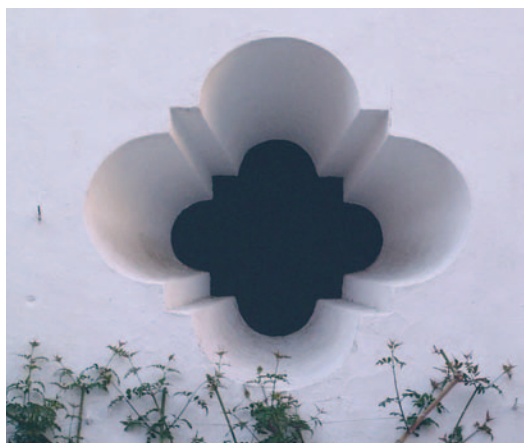
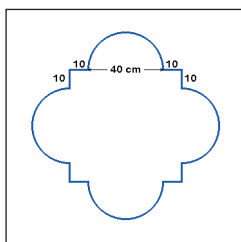
En las fotos siguientes tienes dos detalles del suelo del Patio del León junto a la muralla que lo separa del Patio de la Montería. En el dibujo adjunto puedes ver la estructura de dicho suelo, que es un diseño que se encuentra en otros sitios del Alcázar.



1. En el dibujo se ha señalado un cuadrado punteado, dividido en otros cuatro cuadrados A, B, C y D iguales en tamaño, que constituye un paralelogramo fundamental de este mosaico. Encuentra otros cuatro paralelogramos fundamentales capaces de generar por traslación este diseño. (Apéndice E).
2. Las partes grises, cruces y octógonos estrellados, del dibujo corresponden a las zonas del suelo cubiertas de guijarros. Y las partes amarillas a las zonas de ladrillos. Estima el porcentaje de suelo que ocupan las zonas de guijarros. Utiliza para ello uno de los paralelogramos fundamentales del apartado 1, y toma sobre el terreno las medidas necesarias para calcular las áreas.
3. Volviendo al dibujo, observa que el cuadrado B está dividido en nueve cuadraditos iguales, cuatro amarillos y cinco grises. Observa también que el cuadradito amarillo central del cuadrado A es igual que cada uno de los nueve del cuadrado B. Teniendo en cuenta todo ello y suponiendo que el cuadrado todo gris C tuviera 75 cm de lado, calcula los perímetros y las áreas que tendrían las cruces y los octógonos estrellados. Con los datos obtenidos y usando el cuadrado fundamental formado por A, B, C y D juntos, calcula el porcentaje de superficie gris en este diseño y compáralo con el obtenido en el apartado 2.

Actividad F

La siguiente foto nos muestra una ventanita que puedes encontrar en el primer patio después de la Puerta del León. En el dibujo adjunto se ve la forma exterior de dicho vano, que podemos imaginar compuesto de un cuadrado y cuatro semicircunferencias y en el que vamos a suponer las medidas reflejadas en el dibujo.



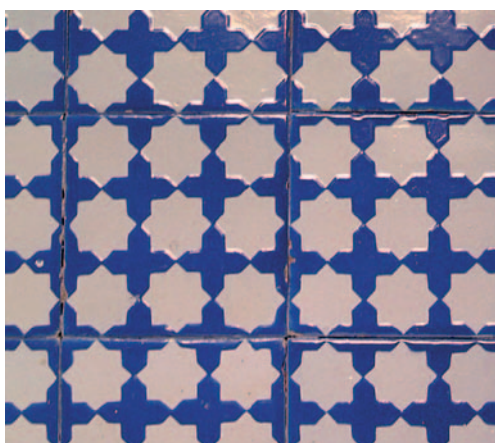
1. Halla el perímetro y al área de la figura del dibujo.
2. Clasifica como rosetón dicha figura.
3. Averigua cuál sería el mayor cuadrado que podría inscribirse en esta figura y calcula su perímetro y su área.
4. Lo mismo que en el apartado 3 pero inscribiendo un hexágono regular.

Actividad G

Esta fuente se encuentra en un patio al que se accede por una puerta desde el Patio del León. Búscala y toma las medidas necesarias para estimar la capacidad de la pileta octogonal en litros.



Actividad H



En esta otra foto vemos un detalle del zócalo del mismo patio de la fuente anterior. Son estrellas octogonales blancas y cruces azules. Ambas figuras tienen 16 lados, que supondremos iguales.

1. Esta parte del zócalo está hecha con losas cuadradas que contienen nueve estrellas octogonales cada una. ¿Cuál sería la baldosa cuadrada mínima con la que podríamos hacer el mismo dibujo?
2. Si cada uno de los 16 lados de la estrella midiera 1 cm, ¿cuál sería su área? ¿Y el área de una cruz?

4.3. Sala de la Justicia y patio del Yeso

La Sala de la Justicia, o *del Concejo*, es una sala cuadrada que, actualmente, se abre por el este hacia el Patio del Yeso y por el oeste hacia el Patio del León, en las inmediaciones del Patio de la Montería. En su centro encontramos una fuente con pila circular, que vierte el agua, mediante un canalillo, hacia el Patio del Yeso. Tiene una techumbre notable y las paredes están ricamente adornadas con yeserías.

El Patio del Yeso es el elemento más importante que nos queda del palacio almohade (siglo XII). Habiendo quedado medio oculto y olvidado, fue descubierto por el arqueólogo y antropólogo andaluz Francisco María Tubino en 1886, siendo restaurado a comienzos del



siglo XX bajo la dirección del Marqués de la Vega Inclán. Tiene forma rectangular, con un estanque en el centro y arquerías en los lados norte y sur. En este patio se encuentran elementos que pueden considerarse eslabones de la evolución de la arquitectura hispano musulmana entre Medina Azahara y La Alhambra.

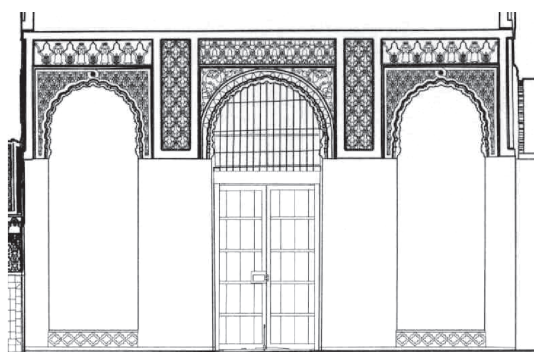
Actividad A

Identifica los tipos de arcos que encuentras en las paredes interiores (sur, este, norte y oeste) de la Sala de la Justicia y del Patio del Yeso.

Actividad B

En el dibujo siguiente tienes los vanos de una de las paredes interiores de la Sala de la Justicia.

1. Halla la escala del dibujo.
2. Entérate de lo que es el alfiz de un arco y halla la superficie del alfiz de uno de los arcos laterales.



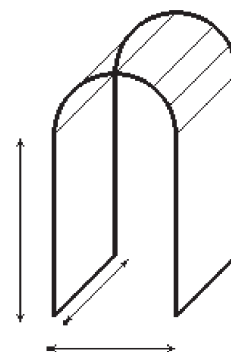
*Pared interior,
hacia el sur, de la
Sala de la Justicia*

3. Clasifica los frisos que se encuentran sobre cada uno de los arcos de la figura anterior, y los que se encuentran en la parte inferior de los arcos laterales.
4. Calcula la superficie aproximada de esos arcos laterales.

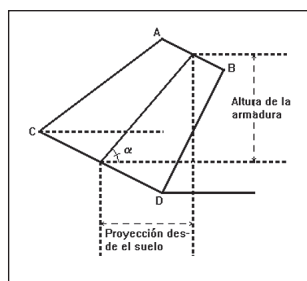
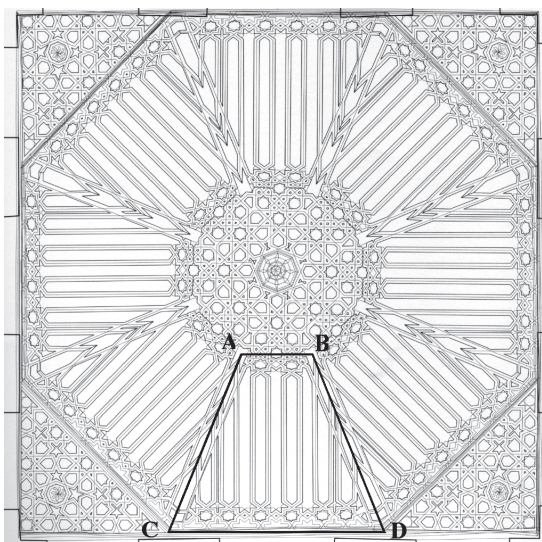
Actividad C

La Sala de la Justicia se comunica con el Patio del Yeso con un arco, que tiene la forma de la figura adjunta.

1. Clasifica el arco.
2. Calcula la superficie interna de ese hueco en el muro, tomando las medidas necesarias.
3. Calcula el volumen de ese hueco.
4. ¿Está hecho a escala el dibujo adjunto, o no están proporcionadas sus medidas?



Actividad D

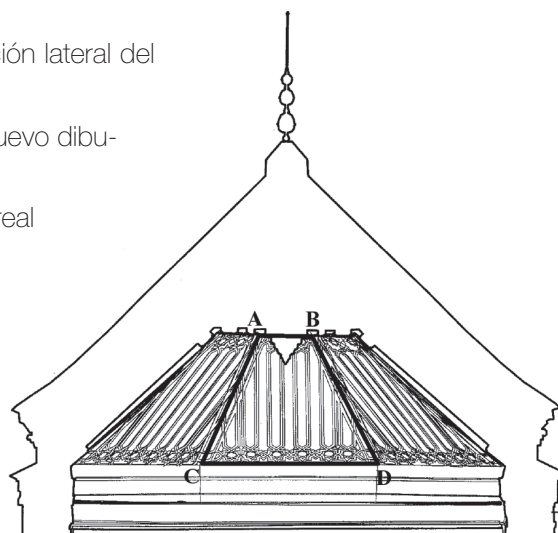


El techo de la sala, cuya proyección desde el suelo tienes en el dibujo siguiente, tiene una armadura ochavada en la que el lado del octógono mide aproximadamente 3'75 m.

1. Halla la escala a la que está el dibujo.
2. Halla las áreas, en el dibujo y en la realidad, del octógono y del cuadrado.
3. Halla el área, en el dibujo, de cada uno de los ocho trapezoides isósceles que se apoyan en cada uno de los lados del octógono.

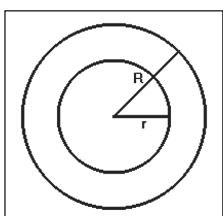
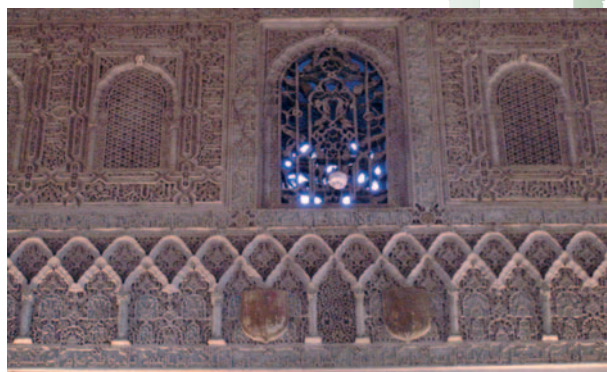
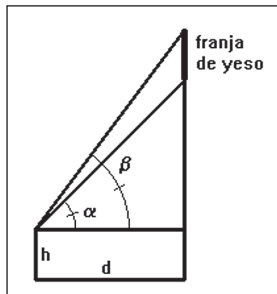
En el siguiente dibujo de abajo tienes la proyección lateral del mismo techo anterior, visto desde el exterior.

4. Averigua la escala a la que está hecho este nuevo dibujo.
5. Utilizando la escala hallada, calcula la altura real de la armadura.
6. Calcula el ángulo de inclinación de los paños trapezoidales de la armadura respecto a la horizontal. Para responder a esta cuestión y a la siguiente te será útil el dibujo en perspectiva adjunto.
7. Calcula la superficie real de uno de los paños trapezoidales.



Actividad E

Calcula la altura de la franja de yeserías que se encuentra en las paredes del interior de la Sala de la Justicia. Te servirá el esquema adjunto y deberás medir, con los instrumentos adecuados, los ángulos α y β y las longitudes h y d .



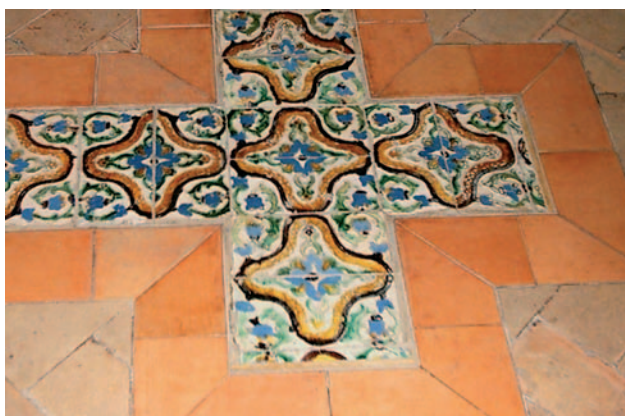
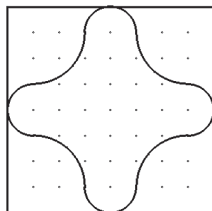
Actividad F

Dentro de la misma sala hay una corona circular rodeando una fuente. Toma las medidas necesarias y calcula las longitudes de ambas circunferencias y el área de la corona circular.

Actividad G

En la foto siguiente tienes un detalle del suelo. Al lado tienes un esquema con arcos de circunferencia, imitando la curva cerrada que se ve en estas losas.

1. Calcula la longitud y el área encerrada por esta curva, suponiendo que se ajusta al esquema del dibujo. Sólo necesitas localizar en el dibujo los centros de los distintos arcos y tomar una sola medida en el suelo.

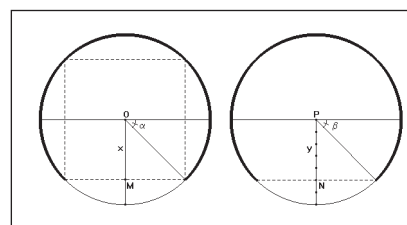


2. En el dibujo tienes un cuadrado circunscrito a la curva cerrada, pero no es el cuadrado más pequeño que se puede circunscribir a esa curva. ¿Cuál sería y cuánto mediría su lado? ¿Y el inscrito más grande posible, cuál sería y qué medida tendría?
3. En la foto puedes observar también losetas en forma de trapezios rectángulos. Las hay de dos tamaños diferentes. Halla las áreas de las dos clases.

Actividad H

En la pared sur del Patio del Yeso hay varios arcos de herradura o ultrasemicirculares, tal como puedes observar en la foto siguiente.

Estos arcos se ajustan bastante aproximadamente a cualquiera de los dos esquemas que tienes en los dibujos adjuntos. En la construcción de la izquierda, lo que el arco sobrepasa a la semicircunferencia



viene dado por el cuadrado inscrito en la circunferencia. En la de la derecha, el arco baja del nivel del centro de la circunferencia una longitud de $5/7$ el valor del radio.

1. Tomando un valor arbitrario cualquiera para el radio de la circunferencia, calcula y compara las medidas $x=OM$ e $y=PN$.
2. Calcula el porcentaje relativo que diferencia y de x .
3. Lo mismo que en los apartados anteriores, pero calculando y comparando los valores de los ángulos a y b .

4.4. Patio de La Montería

Si entramos en el Alcázar por la Puerta del León, tras atravesar el Patio del León llegamos a este patio despejado y de grandes dimensiones, que debe su nombre a que era en esta zona donde el rey Pedro I reunía a sus monteros para salir de caza.



En el lado sur del patio nos encontramos con la bella fachada mudéjar del Palacio del Rey Don Pedro. Hacia el oeste, foto de la izquierda, vemos otra armoniosa fachada con arcos peraltados y grandes ventanales, en la que se encuentra la puerta de acceso al Cuarto del Almirante de la antigua Casa de la Contratación.

Actividad A

Aprovechando la amplitud del patio, podemos utilizar los procedimientos del apéndice F para averiguar las alturas sobre el nivel del patio de algunos de los diversos elementos arquitectónicos que son visibles desde aquí. Por ejemplo: altura del pináculo de la cúpula que se encuentra tras la fachada del Palacio del Rey Don Pedro; altura del alero sobre la mencionada fachada; altura de la inscripción en

castellano que rodea la árabe sobre la puerta; altura de las fachadas de los laterales este y oeste del patio; altura de la Giralda, cuyo Giraldillo es visible desde aquí; altura de los puntos superiores de distintas ventanas y arcos...



Actividad B

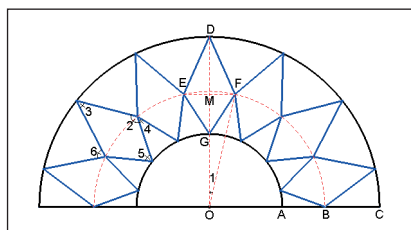
En los cuatro laterales del patio hay diversos arcos. Nombra todos los que puedas identificar (consulta el apéndice A).

Actividad C

Trata de encontrar proporciones especiales (apéndice B) en los diversos elementos arquitectónicos del Patio de la Monería: ventanas, puertas, fachadas, paños de muros, etc.

Actividad D

En el siguiente dibujo tienes un modelo de la parte superior de los ventanales del Patio de la Monería. Inscritos en una semicorona circular tenemos siete cuadriláteros iguales que, por su forma, llamaremos casi-rombos ($DE = DF$, $GE = GF$). Como ejemplo, supondremos las medidas $OA = 60$ cm, $AB = 35$ cm y $BC = 45$ cm.



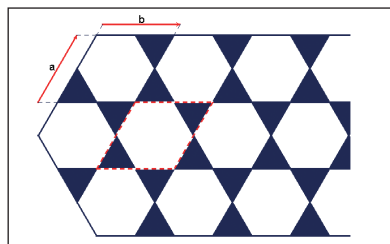
1. Calcula las medidas del ángulo 1 y de la diagonal mayor de los casi-rombos.
2. Calcula la diagonal menor EF. (Pista: halla primero su mitad MF).
3. ¿Recuerdas la fórmula del área de un rombo? ¿Servirá en los casi-rombos la misma fórmula? Razona la respuesta. Halla el área del casi-rombo DEGF.
4. Halla las medidas de los segmentos GM y MD, y el perímetro del casi-rombo.
5. Calcula las medidas de los ángulos 5, 3, 2, 4 y 6.



Actividad E

La foto de la derecha muestra una zona del suelo en el Patio de la Montería. Su diseño corresponde a uno de los mosaicos semirregulares, el formado por hexágonos regulares y triángulos equiláteros.

1. En el dibujo adjunto se ha señalado en rojo un paralelogramo fundamental y los vectores de las dos traslaciones que generan el mosaico a partir de ese paralelogramo. Encuentra otros seis paralelogramos fundamentales distintos con sus pares de vectores traslación correspondientes y sus baldosas rectangulares mínimas correspondientes (Apéndice E).

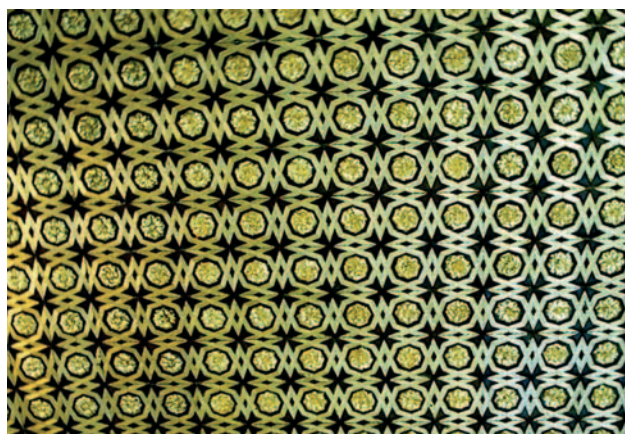


2. Si no limitamos los posibles movimientos a traslaciones, podemos encontrar paralelogramos generadores más pequeños. Encuentra tres y alguno que sea rectángulo.
3. ¿Qué fracción y qué tanto por ciento de la superficie queda cubierta con guijarros de color oscuro en este tipo de suelo?

4.5. Casa de La Contratación

De la antigua Casa de la Contratación de las Indias, fundada por los Reyes Católicos en 1.503, nos quedan dentro del recinto actual estas dos grandes salas, llamadas Cuarto del Almirante y Sala de Audiencias.

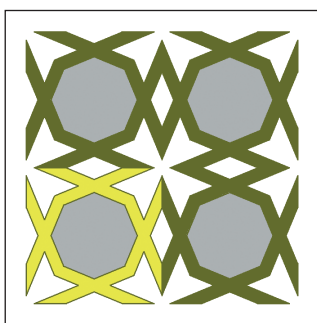
El Cuarto del Almirante es una sala rectangular y alargada con una techumbre ejecutada a finales del siglo XVI, con diversos cuadros en sus paredes. Actualmente esta sala se utiliza para la celebración de actos culturales y protocolarios.



La Sala de Audiencias está cubierta por ricos artesonados dorados con diseños geométricos del siglo XVI. En sus muros tapizados podemos ver los escudos de los almirantes de la flota española, en el centro el de Cristóbal Colón. También podemos disfrutar aquí del magnífico retablo de la Virgen de los Mareantes o de los Navegantes, obra del siglo XVI de Alejo Fernández.

Actividad A

El artesonado de la Sala de Audiencias, foto de arriba, puede ser visto como un mosaico, uno de cuyos paralelogramos mínimos sería el cuadrado que contiene a la figura amarilla del esquema adjunto.



1. Identifica una parte del paralelogramo mínimo que pueda generar el paralelogramo entero mediante movimientos.
2. El paralelogramo mínimo de este mosaico puede ser visto como un rosetón. Clasifícalo.
3. Realiza el dibujo del esquema con Cabri y pon tus propios colores.

Actividad B

Estudia, utilizando las plantillas, si los rectángulos que se encuentran en el Salón del Almirante y en el Salón de Audiencias (cuadros, puertas, ventanas, ...) se ajustan a algunas de las proporciones especiales (Apéndice B).

Actividad C

Desde la ventana de la Sala de Audiencias puedes ver un patio cuyo suelo es el que ves en estas fotos.



1. Realiza un dibujo del esquema de ese patio sobre papel. Supón que la zona de ladrillos marrones es continua, sin divisiones internas.
2. Pasa luego el dibujo al programa Cabri y encuentra un motivo mínimo de ese suelo como mosaico.
3. ¿Qué tanto por ciento de la superficie de este suelo será de mármol?

4.6. Palacio del Rey Don Pedro

Desde el patio de la Montería accedemos a este palacio por la magnífica puerta principal. Fue mandado construir por Pedro I (el Cruel o el Justiciero), entre 1364 y 1366, contando con la participación de artesanos y alarifes venidos de Toledo, Granada y Sevilla. Su estilo es el mudéjar, y es el ejemplo más claro de la asimilación del arte musulmán por parte de los reinos cristianos. Basta fijarse en la decoración: arcos de herradura, dibujos geométricos de los mosaicos, mocárabes, decoración caligráfica, ... y en los materiales empleados: madera, cerámica y yeso. Es el palacio mudéjar español más importante



Por todo el palacio encontramos yeserías, trabajos en madera y espléndidos alicatados con variados motivos geométricos, algunos realmente complejos. Unos son de su construcción original y otros son debidos a posteriores restauraciones y reformas de los siglos XVI, XVII y XVIII.

En los alicatados originales, que son todos de trazado geométrico, podemos observar como los mosaicos están compuestos de pequeñas piezas de colores cortadas y reunidas ajustándose a un trazado exacto, donde cada pieza tiene su lugar. La palabra alicatado deriva de los alicates necesarios para cortar las pequeñas piezas. Por todas las salas encontramos bellos ejemplos de estos alicatados, formando mosaicos, rosetones y frisos.

Vamos a recorrer las estancias de la planta baja, que son las que están abiertas al público, y proponer diversas actividades en ellas. Por organización del material, hemos considerado el palacio dividido en los siguientes recintos:

- Vestíbulo
- Patio de las Doncellas
- Alcobas reales
- Patio de las Muñecas y salas adjuntas
- Salón de Embajadores y salas adjuntas
- Salas del ala sur

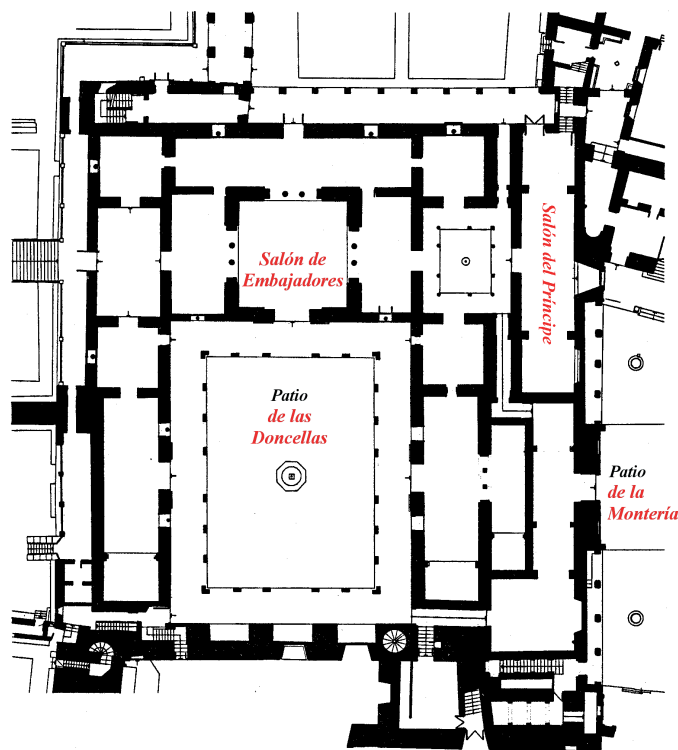
Recomendamos consultar el plano correspondiente del capítulo tres para seguir el recorrido y estar orientado dentro del palacio en todo momento.



Actividad A

Aquí tienes el plano a escala de la planta baja del Palacio del Rey Don Pedro.

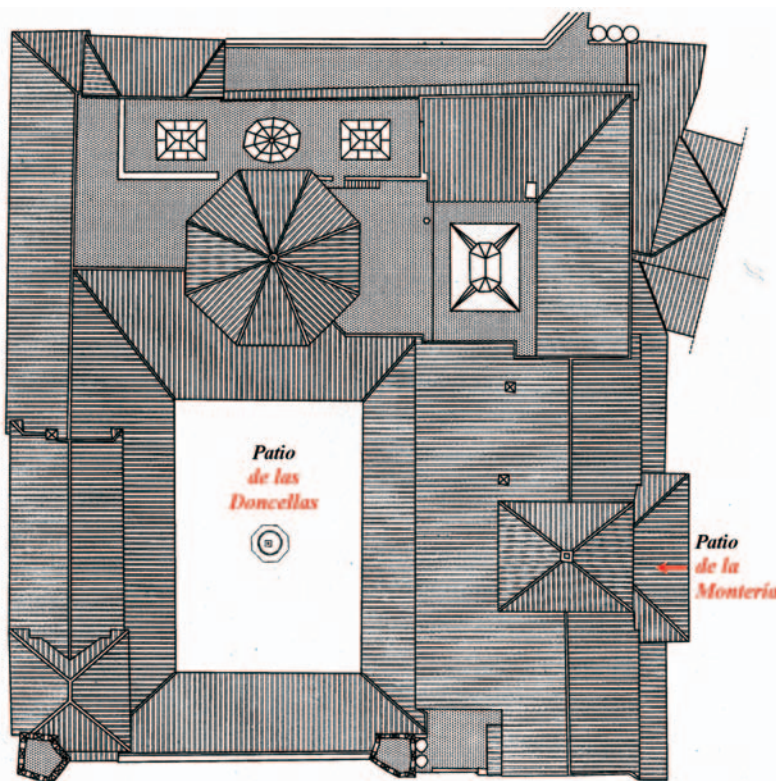
1. Toma la medida real x de la anchura del vestíbulo y deduce la escala a que está hecho este plano.
2. Utilizando la escala obtenida en el apartado 1, calcula el perímetro y la superficie del Patio de las Doncellas, incluyendo las galerías cubiertas.
3. Lo mismo que el apartado 2 pero con el Salón del Príncipe.
4. Dibuja dentro del Salón de Embajadores, y coloréalo en amarillo, un cuadrado que en la realidad tuviese 36 m^2 .



Actividad B

Aquí tienes el plano de las cubiertas (tejados) del Palacio del Rey Don Pedro a escala 1 : 366.

1. Busca en este plano rectángulos de proporciones especiales (Apéndice B). ¿Aparece la proporción cordobesa?



2. Localiza el tejado del Salón de Embajadores. ¿Qué forma tiene ese tejado en el plano? Utilizando la escala del plano, halla el perímetro y la superficie de esa figura a tamaño real.
3. Localiza en el plano la cubierta de cristal del Patio de las Muñecas y responde a las mismas cuestiones que en el apartado 2.

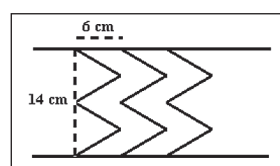
4.6.1. Vestíbulo

Consideraremos en este recinto el vestíbulo propiamente dicho del Palacio del Rey Don Pedro, la llamada sala 2 del plano y el pasillo que conduce de esta sala al Patio de las Doncellas. El vestíbulo está separado en tres partes por dos arcos de medio punto peraltados. La zona de la derecha acaba en una pequeña puerta que conduce, a través de un estrecho pasillo acodado, al patio de las Muñecas. Por la izquierda vamos hacia la sala 2.

Actividad A

En el vestíbulo del Palacio Mudéjar y otros lugares del Alcázar encontramos el siguiente friso.

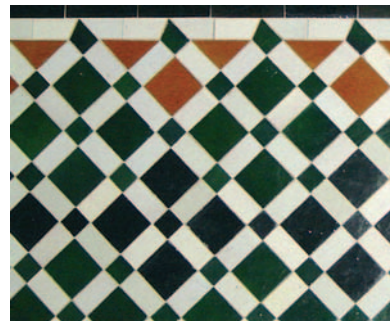
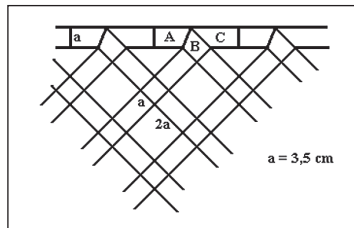
Clasifica el friso y, utilizando los datos del esquema adjunto, calcula el área encerrada entre cada dos líneas en zigzag consecutivas y la longitud de cada una de ellas.



Actividad B

En el vestíbulo y otras varias estancias del palacio podemos encontrar paneles de alicatados que corresponden al siguiente esquema:

Debes calcular el perímetro, el área y los ángulos de cada uno de los trapecios A, B y C. (No es necesario utilizar trigonometría).



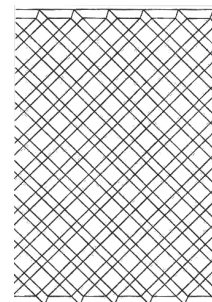
Actividad C

Utilizando alguno de los instrumentos de medida de ángulos y la trigonometría, véase apéndice F de cálculo de alturas, calcula las siguientes longitudes.

1. Altura de una de las dos grandes columnas del vestíbulo.
2. Distancia al suelo desde el intradós de uno de los arcos laterales del vestíbulo.
3. Ancho del zócalo superior del vestíbulo.
4. Altura del vestíbulo. Con este dato y con las medidas que puedes tomar sobre el suelo ya estás en condiciones de hallar el volumen del vestíbulo.

Actividad D

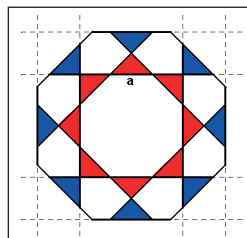
1. ¿Qué polígonos regulares se ven en el esquema de alicatado adjunto? Señálalos, nómbralos y descríbelos.
2. ¿Qué polígonos no regulares se ven en el esquema de alicatado adjunto? Señálalos, nómbralos y descríbelos.



Actividad E

En el artesanado del techo del vestíbulo pueden observarse diversos octógonos, entre los que se encuentra el de la foto, cuyo esquema tienes adjunto. Todos los triángulos, rojos y azules, son iguales.

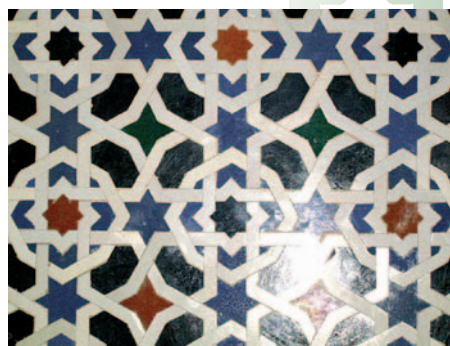
1. A partir del lado $a = 10$ cm del octógono más interior, calcula los ángulos, las áreas y los perímetros de los dos octógonos regulares, los triángulos y los hexágonos irregulares blancos.
2. Dibuja la figura con regla y compás o con el programa Cabri.
3. Clasifica la figura como rosetón.



Actividad F

La foto adjunta es un detalle del alicatado de la Sala 2, junto al vestíbulo.

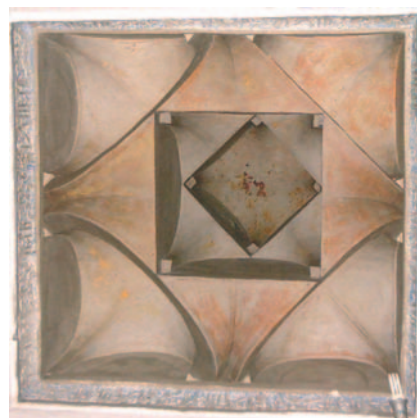
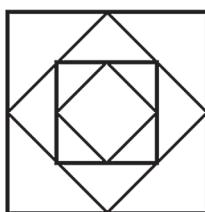
1. Señala y nombra todos los polígonos que encuentres en ese alicatado.
2. Encuentra al menos tres paralelogramos mínimos diferentes que generen el mosaico y las direcciones de traslación correspondientes.



Actividad G

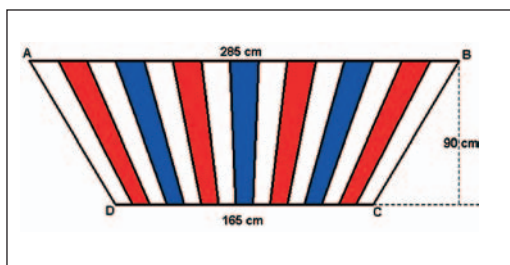
En el pasillo que entra en el Patio de las Doncellas desde la Sala 2 se encuentra esta bóveda del siglo XII. Al lado tienes la estructura esquemática que se ve desde abajo. Se trata de cuadrados encajados cada vez más pequeños.

1. ¿Qué relación hay entre el perímetro de un cuadrado y el del siguiente?
2. ¿Qué relación hay entre el área de un cuadrado y el del siguiente?
3. Supongamos que la sucesión de cuadrados siguiera indefinidamente hacia dentro y que el cuadrado más grande tuviera 2 m^2 de área. ¿Qué número haría el primer cuadrado con área menor de 1 cm^2 ?



Actividad H

Sobre la puerta de salida de la sala 2 hacia el Patio de las Doncellas hay un cuadrilátero listado, que corresponde al dibujo adjunto. Los lados AB y CD están divididos en quince partes iguales.



1. ¿Cómo se llaman la figura total y cada una de las quince partes?
2. Sin hacer ningún cálculo, ¿sabrías estimar cuál de las quince partes tiene mayor área? ¿Y mayor perímetro?
3. Halla el área y el perímetro de cada una de las quince partes.

4.6.2. Patio de Las Doncellas

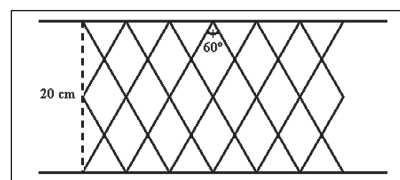
Se trata de un gran patio rectangular, rodeado de galerías con arcos en las dos plantas, alrededor del cual se articulan todas las dependencias del palacio. En la planta baja los arcos son lobulados y descansan sobre parejas de columnas de mármol, excepto en las esquinas donde los arcos se apoyan sobre tres columnas. Las paredes lucen espléndidos alicatados del siglo XIV y yeserías. No os perdáis tampoco los techos y puertas de madera policromada.

En excavaciones arqueológicas realizadas se han descubierto restos del jardín mudéjar original, construido en 1.366, que hoy podemos contemplar en parte.

Actividad A

En las jambas entre el Patio de las Doncellas y el Salón de Embajadores, y en otros lugares del Alcázar podemos ver el siguiente friso.

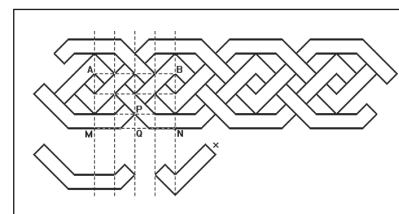
1. En el esquema adjunto puedes identificar rombos de dos tamaños distintos y triángulos equiláteros de cuatro tamaños distintos, y tienes datos suficientes para calcular el área y perímetro de cada uno de ellos.
2. Clasifícalo como friso y halla su "motivo". ¿Podrías generar este motivo mínimo a partir de un sólo segmento mediante movimientos? ¿Cómo?



Actividad B

En uno de los alicatados encontramos el siguiente friso.

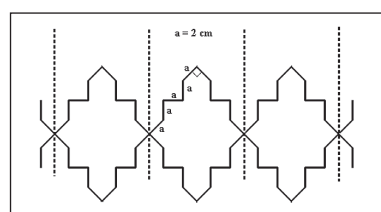
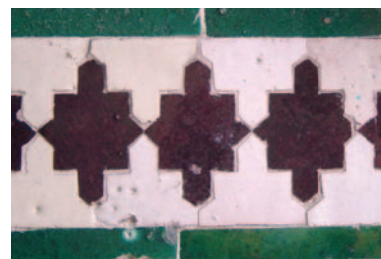
1. En el esquema adjunto puedes comprobar que el friso entero puede suponerse generado por las dos piezas poligonales de abajo, junto con los huecos que van quedando entre ellas. Encuentra los movimientos que generan el friso a partir de esas dos piezas. Clasifica también el friso sin tener en cuenta los colores.
2. Halla también el perímetro y el área de cada una de las dos piezas a partir de la única medida x . Para obtener las medidas de todos los lados de las piezas tienes que fijarte bien en el dibujo. Como ayuda para obtener los lados de las piezas, te llamamos la atención sobre el entramado superpuesto de líneas discontinuas y sobre la igualdad de los segmentos AB y MN.



Actividad C

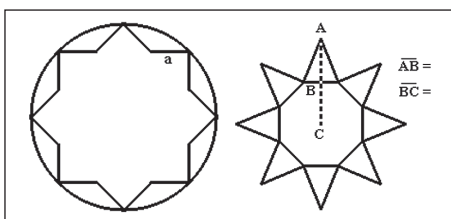
En las jambas entre el Patio de las Doncellas y el Salón de Embajadores encontramos el siguiente friso.

Suponiendo que el friso se ajusta al esquema adjunto calcula el perímetro y el área de la figura cerrada que constituye el "motivo" del friso.



Actividad D

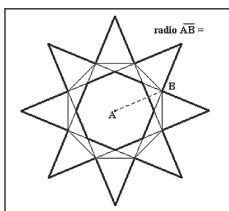
En el Patio de las Doncellas encontramos en la parte inferior de una de las paredes el siguiente friso.



En él se encuentran diversas estrellas octogonales. Algunas son similares a las siguientes.

Tomando valores concretos para las longitudes de los segmentos a , AB y BC del dibujo, calcula el perímetro y el área de las dos estrellas.

Actividad E



A partir del octógono regular podemos obtener dos estrellas octogonales distintas que aparecen en muchos lugares en la decoración del Alcázar.

Aquí tienes dos octógonos y los dos tipos de estrella en la misma figura. Calcula el perímetro y el área de los dos octógonos y de las dos estrellas octogonales a partir de la medida del segmento AB al que darás el valor que quieras.

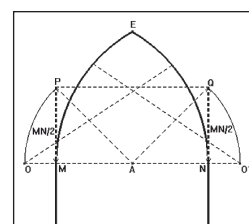
Actividad F

Sítuate en el Patio de las Doncellas y utilizando plantillas de arcos identifica distintos tipos de arcos. Estudia también los arcos inscritos y circunscritos a los arcos lobulados que hay en el patio.

Actividad G

Dado un arco ojival lancetado en el que la longitud del segmento que une los apoyos M y N es de 120 cm, calcula:

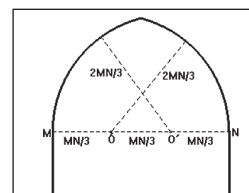
1. La longitud del radio con el que están trazados los dos arcos de circunferencia que forman el arco.
2. La longitud del arco EN . Pista: usa trigonometría en el triángulo EAO .



Actividad H

En el dibujo adjunto tienes el dibujo esquemático de un arco ojival romano.

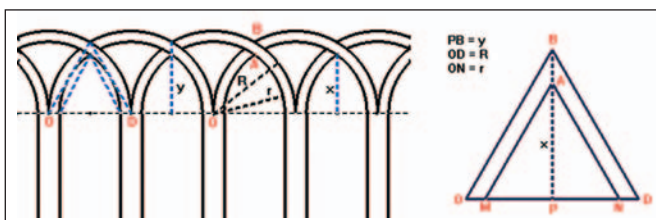
1. Busca si la plantilla de este arco coincide con alguno de los arcos inscritos o circunscritos a los arcos lobulados que se encuentran en el Patio de las Doncellas.
2. Realiza el dibujo que resultaría de hacer una fotocopia con el 100 % de ampliación de este dibujo. ¿Cuánto medirá el segmento MN en la ampliación?
3. Si el segmento MN midiera 120 cm, ¿cuánto mediría la flecha del arco?



Actividad I



En la figura siguiente tienes un esquema de arcos de medio punto entrelazados, como los que puedes ver en el subsuelo del Patio de las Doncellas. Para cada centro O hay dos semicircunferencias concéntricas de radios R y r .

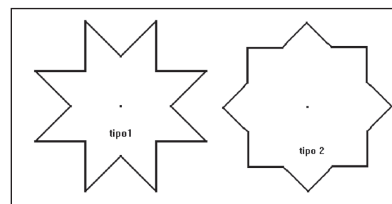


Calcula los valores x e y que dan la altura a la que se encuentran los puntos A y B respecto de la línea de apoyo de los arcos. Toma como datos que $R = 60$ cm y $r = 50$ cm y ten en cuenta la figura adjunta, compuesta de dos triángulos equiláteros y que corresponde a la que está dibujada entre los arcos con segmentos a trazos.

Actividad J

En diversos puntos del Patio de las Doncellas puedes ver dos tipos de estrellas diferentes de ocho puntas:

1. Explica cómo se pueden dibujar estas estrellas.
2. Halla la medida del ángulo que forman los lados en cada punta de cada estrella.
3. ¿Cuánto mide el ángulo central que une dos puntas consecutivas?
4. Busca los ejes y centros de simetría de ambas figuras. Busca también centros y ángulos de giro que mantengan invariante las figuras.
5. Responde a las mismas preguntas con estrellas regulares de cinco puntas.

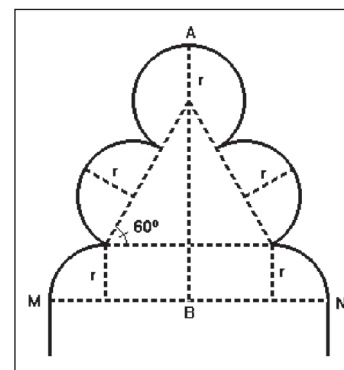


Actividad K

Si tuviéramos un arco lobulado como el de la figura adjunta, y el radio r fuera de 20 cm,

1. ¿Cuál sería la longitud del arco completo?
2. ¿Cuál sería el área de la región determinada por el arco y la línea MN que une los apoyos?
3. ¿Cuánto medirían la luz, MN , y la flecha, AB , del arco?

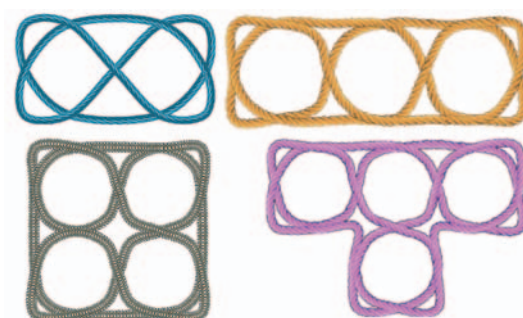
Observa en la figura que el radio de todas las circunferencias que determinan este tipo de arco es el mismo.



Actividad L

Utilizando alguno de los procedimientos descritos en el apéndice F, se pueden calcular diversas alturas aquí en el Patio de las Doncellas. Por ejemplo, la altura sobre el patio de los aleros de la primera y segunda planta. También es posible calcular la altura a la que se encuentra el punto exterior más alto de la cúpula situada sobre el Salón de Embajadores.

Actividad M



Busca en el Patio de las Doncellas la puerta de la foto adjunta y fíjate en las yeserías que rodean la puerta y que hemos rodeado aquí con una línea discontinua.

Se trata de una disposición de 22 octógonos rodeados de una moldura en forma de cuerda. Síguela con un lápiz, empezando donde quieras, y comprobarás que se trata de una sola cuerda cerrada. Tú puedes intentar lo mismo utilizando cuerdas, cordones, lanas, cadenillas, etc., disponiéndolas sobre una estructura dibujada sobre papel o sobre tableros con puntillas. A continuación vienen varios ejemplos que puedes variar, cambiando el número o disposición de los octógonos. Intenta lograr la máxima simetría que puedas.

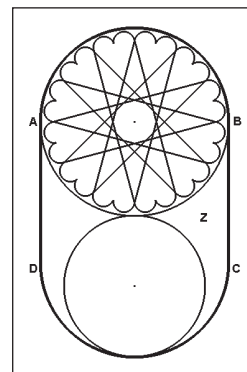
Actividad N

En un vano (formado entre los contrafuertes del Palacio Gótico) de la pared este del Patio de las Doncellas, puedes encontrar la yesería de la siguiente foto. Al lado tienes un dibujo del detalle central de la misma.

El contorno exterior está formado por dos segmentos paralelos e iguales, AD y BC , unidos por dos semicircunferencias. En el interior tenemos dos círculos tangentes, coincidiendo la circunferen-

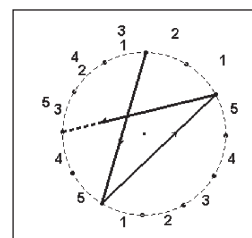
cia del de arriba, y mayor, con la semicircunferencia que une A con B. Supondremos $AB = 80$ cm y $AD = BC = 60$ cm.

1. ¿Qué relación sencilla hay entre la longitud de AD y la del radio del círculo más pequeño? Pista: Piensa cuál sería la altura de la figura completa.
2. Calcula el perímetro y el área de la zona Z.
3. Calcula las distancias entre el centro del círculo pequeño y los puntos B y C.
4. En el interior del círculo superior tienes un rosetón, al que vamos a llamar “dodecágono amoroso”. ¿Por qué “dodecágono”? ¿Por qué “amoroso”?
5. Clasifícalo como rosetón y halla su sector generador mínimo.
6. Halla las medidas de todos los ángulos que se ven dentro del rosetón.
7. Si tuvieras que colorear el interior del “dodecágono amoroso” como si fuera un mapa, es decir, dos regiones que tengan algún lado común no pueden tener el mismo color, ¿cuántos colores necesitarías como mínimo?

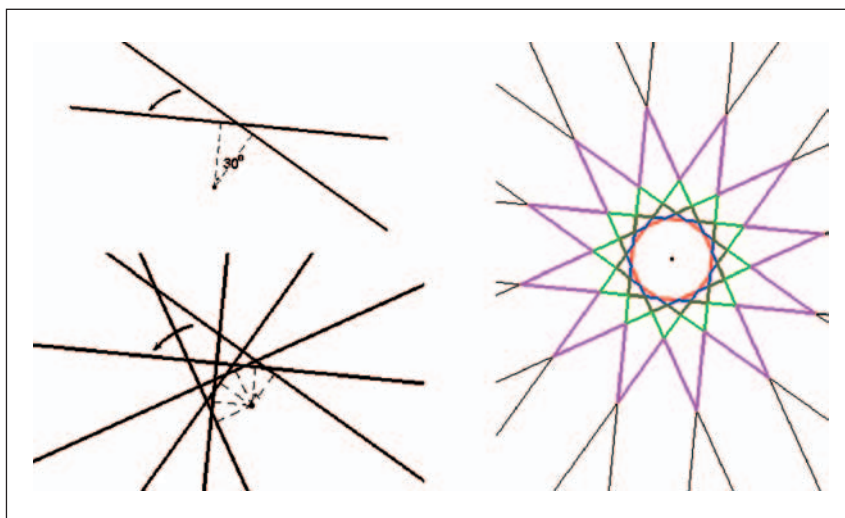


Actividad Ñ

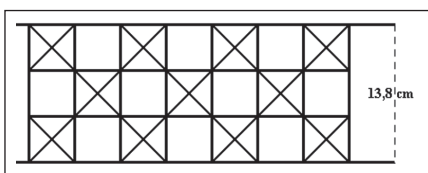
En el interior del “dodecágono amoroso” de la actividad N, lo que tenemos no es más que un dodecágono regular y todos los dodecágonos estrellados regulares posibles, que son cuatro. Esta figura puede ser dibujada partiendo de una circunferencia, dividiéndola en doce partes iguales mediante doce puntos y uniendo esos puntos mediante segmentos, empezando en uno cualquiera, saltando cinco arcos y así sucesivamente.



También podemos generar los dodecágonos estrellados de esta otra forma. Partimos de una recta y un punto exterior a ella. Hacemos una copia de la recta girada 30 grados ($360:12$) respecto al punto, y repetimos el procedimiento hasta volver a la recta inicial.



1. Si el dodecágono regular interior tiene 10 cm de radio, ¿qué radio tendrá cada uno de los dodecágonos estrellados sucesivos?
2. ¿Qué figuras saldrán si giramos cada vez 40° ? ¿Y si giramos 20° ? ¿Y si giramos 150° ? ¿Y si giramos 35° ?



Actividad O

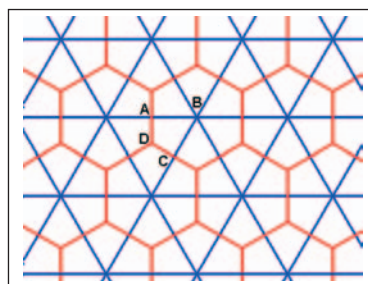
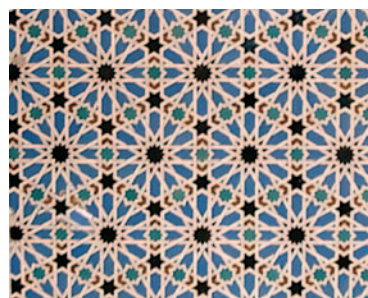
En el Patio de las Doncellas, y en otras zonas del Palacio del Rey Don Pedro, podemos ver el siguiente friso.

1. En el esquema adjunto puedes encontrar cuadrados completos de cuatro distintos tamaños. Calcula el lado, el perímetro y el área de cada uno de esos cuadrados.
2. También puedes encontrar octógonos. ¿Son regulares?
3. Clasifica el friso y hállele un motivo mínimo.

Actividad P

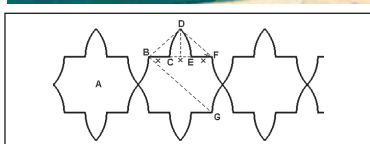
En la pared este del Patio de las Doncellas está el mosaico de la foto siguiente. En él subyace la estructura de doble red triangular y hexagonal del dibujo adjunto. En los nodos de la red triangular hay estrellas de doce puntas, y en los de la red hexagonal estrellas de seis puntas.

1. ¿Qué relación numérica hay entre la longitud "y" del lado de los triángulos y la longitud "x" del lado de los hexágonos de las redes? Pista: tendrás que aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo convenientemente elegido.
2. ¿Qué relación numérica hay entre el perímetro de los triángulos y el perímetro de los hexágonos?
3. ¿Qué relación numérica hay entre el área de los triángulos y el área de los hexágonos? Se puede responder sin necesidad de calcular las áreas respectivas.
4. ¿Dónde habría que poner la punta de la aguja del compás para dibujar una circunferencia que estuviera circunscrita al cuadrilátero ABCD?



4.6.3. Alcobas Reales

Estamos aquí en el llamado Dormitorio de los Reyes Moros. Se trata de dos salas rectangulares comunicadas por el centro con un triple arco de herradura. La más interior está totalmente cerrada, y la más exterior comunica con el Patio de las Doncellas a través de una puerta mudéjar ricamente adornada y con el Patio de las Muñecas a través de la llamada Sala de los Pasos Perdidos.



Actividad A

En las jambas entre las dos salas, dormitorio y alcoba, se encuentra el siguiente friso, cuyo esquema tienes adjunto.

1. Clasifica dicho friso y encuentra el motivo mínimo. Encuentra también un elemento generador del motivo y los movimientos que producen el motivo a partir de ese elemento generador.



- Halla el perímetro y el área del recinto cerrado A. Para hacerlo, tomarás para x la medida que quieras y supondremos que el arco CD tiene el centro en F y que el arco ED tiene el centro en B.
- Halla la anchura y la altura del recinto A, y la longitud de la diagonal BG.

Actividad B

Clasifica los arcos que ves en estas dos salas.

Actividad C

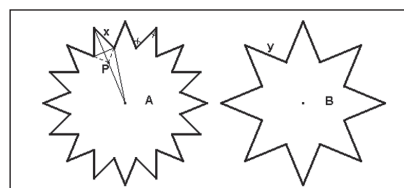
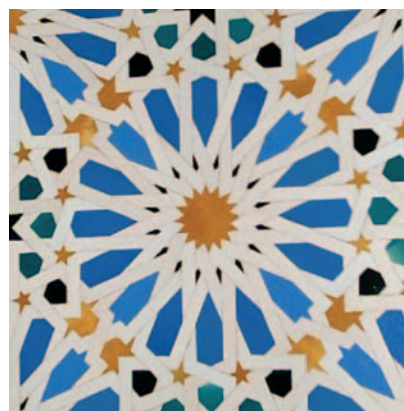
Utilizando algunos de los procedimientos del apéndice F, calcula la altura de la sala más interior. Estima también el volumen de esta sala.



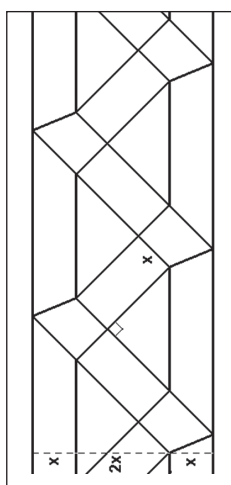
Actividad D

En la foto adjunta puedes ver un fragmento del mosaico “lazo mixto de 16 y 8” de las jambas entre las dos salas. Abajo tienes una estrella de dieciséis puntas y otra de ocho puntas, de igual radio y que son los elementos centrales del mosaico.

- ¿Cuánto miden los ángulos hacia dentro y hacia fuera en las dos estrellas?
- Explica cómo se puede obtener la estrella B a partir de la estrella A. Pista: fíjate en el punto P del dibujo.
- Explica cómo se puede obtener la estrella A a partir de la estrella B. Pista: piensa en giros.
- Dándole a x un valor cualquiera, por ejemplo 1 cm, calcula a partir de él la medida del lado de la estrella B y el radio exterior común a las dos estrellas.
- Halla el área de las dos estrellas.



Actividad E



En la alcoba interior puedes encontrar el friso vertical de la foto adjunta. A su lado hemos puesto un dibujo esquemático del friso.

- Clasifica el friso, prescindiendo del color, y halla su motivo mínimo.
- En el dibujo del friso aparecen cuatro polígonos diferentes. Nómbralos y halla sus ángulos, perímetros y áreas, tomando $x = 1,5$ cm.

4.6.4. Patio de las Muñecas

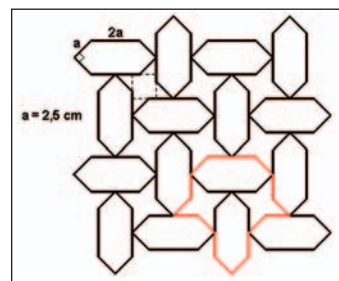
Nos movemos aquí en el Patio de las Muñecas y sus salas adjuntas: Sala de Pasos Perdidos, hacia el este y viniendo de las Alcobas Reales, Salón del Príncipe hacia el norte y Sala del Techo de los Reyes Católicos hacia el oeste. Esta zona era el centro de la vida privada en el palacio en la época de Pedro I.

El Patio de las Muñecas es un pequeño patio con galería de columnas. Está ricamente adornado con mosaicos, columnas y yeserías, y su nombre se debe a que hay unas pequeñas cabezas femeninas en el comienzo de uno de los arcos que rodean la galería. Tiene una cubierta de cristal de mediados del siglo XIX. De las otras salas la más grande es la del Príncipe, llamada así por el príncipe Juan, hijo de los Reyes Católicos, que nació aquí. Es muy alargada y en sus extremos hay salas cuadradas separadas por arcos. Merece la pena fijarse en sus techumbres.

Actividad A

En las jambas entre la Sala de los Pasos Perdidos y el Patio de las Muñecas podemos encontrar el siguiente alicatado:

1. En el dibujo se distingue que el mosaico está compuesto por dos tipos de piezas que son polígonos. Nómbralos.
2. Calcula el perímetro y los ángulos interiores de esos polígonos.
3. Calcula el área de cada pieza. Como ayuda para hallar el área de la estrella, observa el pequeño cuadrado a trazos que hemos dibujado.
4. Calcula las longitudes de todas las diagonales de las piezas.
5. Fíjate en la agrupación de dos piezas de cada clase que aparece en el dibujo rodeada por una línea roja. Comprueba que esta agrupación es un "motivo" del friso, si prescindimos del color. Es decir, el mosaico puede ser generado trasladando esta agrupación según dos vectores adecuados. Encuentra esos vectores.
6. Halla un paralelogramo mínimo generador del mosaico, prescindiendo del color.



Actividad B

En las jambas entre el Patio de las Muñecas y la Sala de Sevillanos encontramos los siguientes frisos.

Utilizando los datos de estos esquemas, responde a las siguientes cuestiones:

1. ¿Es regular alguno de los octógonos que aparecen en estas figuras? ¿Por qué?
2. ¿Qué medidas de ángulos aparecen en estas figuras?



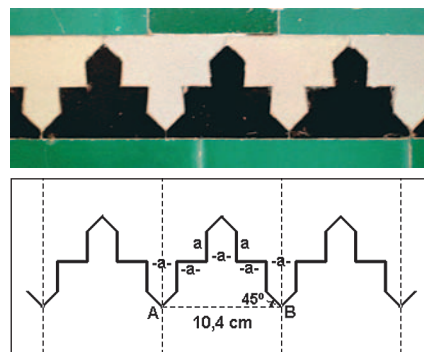
3. Calcula los perímetros de los dos tipos de octógonos, de los cuadrados, de los triángulos, de los rectángulos y de los trapecios que aparecen en la figura.

4. Calcula también las áreas de esas figuras.
5. ¿Son semejantes los dos tipos de octógonos que hay en la figura superior? ¿Por qué?
6. Clasifica los dos frisos y halla sus motivos mínimos.

Actividad C

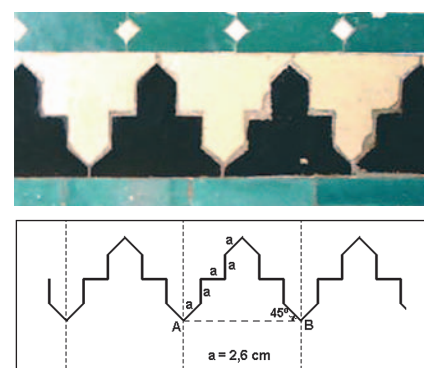
En el Salón del Príncipe y otros lugares del Alcázar encontramos frisos parecidos al de la siguiente foto.

1. Suponiendo que el friso se ajusta exactamente al esquema de la figura adjunta, calcula la longitud de la línea que forma el "motivo" del friso.
2. Calcula también el área de la figura cerrada por el segmento AB.
3. Clasifica el friso teniendo en cuenta el color y sin tenerlo en cuenta.
4. En el friso del esquema halla el trozo más pequeño de la línea quebrada que es capaz de generar el motivo del friso mediante movimientos.



Actividad D

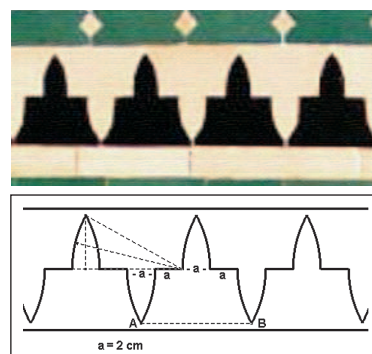
Responde a las mismas preguntas que en la actividad anterior, pero suponiendo que el friso se ajusta exactamente al siguiente esquema.



Actividad E

En una jamba entre la Sala de Pasos Perdidos y el Patio de las Muñecas nos encontramos con el friso de la siguiente foto.

1. Suponiendo que el friso se ajusta exactamente al esquema de la figura adjunta, calcula la longitud de la línea que forma el "motivo" del friso. Debes fijarte en donde están los centros de los arcos y aplicar la trigonometría en el triángulo conveniente.
2. Calcula también el área de la figura cerrada por el segmento AB.
3. Clasifica el friso teniendo en cuenta el color y sin tenerlo en cuenta.
4. En el friso del esquema halla el trozo más pequeño de la línea que es capaz de generar el motivo del friso mediante movimientos.



Actividad F

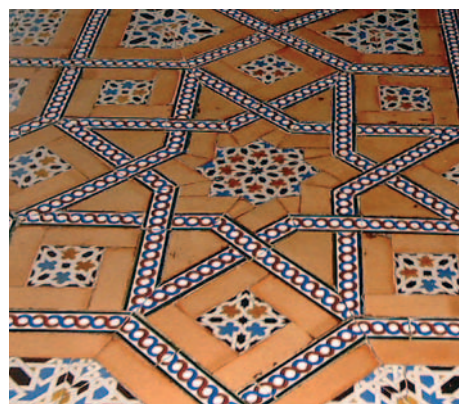
La foto adjunta corresponde a un mosaico que se encuentra en el Patio de las Muñecas.

1. Encuentra un motivo mínimo que no sea paralelogramo y un paralelogramo fundamental (Apéndice E). Encuentra también un cuadrado mínimo que pueda generar este mosaico usando giros, simetrías y traslaciones.
2. ¿Qué porcentaje de superficie ocupa el color negro en este mosaico?



Actividad G

En el suelo de las salas 24 y 25, extremos del Salón del Príncipe, hay unos elaborados rosetones, cuyo núcleo estructural está compuesto por los dos tipos de octógonos estrellados regulares.



1. Clasifica como rosetones estos diseños completos.
2. Identifica todos los polígonos que veas en este suelo.
3. Centrados en los huecos que quedan entre los diversos polígonos entrelazados, hay polígonos con mosaicos de colores. Deduce la medida de los ángulos de estos polígonos policromados.
4. Halla el área del octógono más exterior.
5. Halla el área de la banda octogonal exterior.

Actividad H

En el suelo anterior aparecen los dos frisos siguientes.



1. Clasifícalos y halla sus motivos mínimos, teniendo en cuenta el color y sin tenerlo en cuenta.
2. Dibuja estos frisos utilizando el programa Cabri.
3. Dibuja también el mismo diseño que el del friso de la izquierda, pero sustituyendo todos los cuadrados por octógonos regulares de tamaños análogos.
4. ¿Qué longitud total del friso de la derecha hay en el suelo?

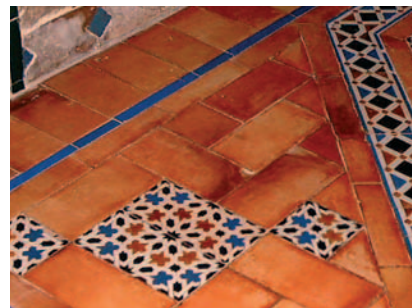
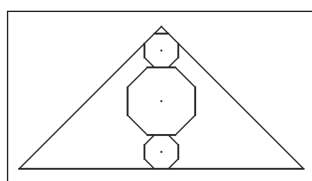
Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



Actividad I

La foto de abajo es del suelo de la sala 25 en el Salón del Príncipe. En ella vemos tres cuadrados en una posición especial dentro de un triángulo.

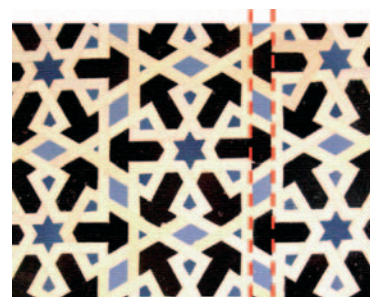
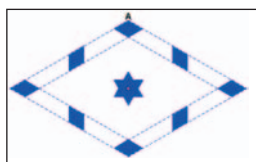
1. ¿Qué clase de triángulo es?
2. ¿Qué razón de semejanza hay entre el cuadrado grande y uno de los pequeños?
3. En el dibujo adjunto tienes tres octógonos en la misma posición, y con el lado del octógono grande doble que el lado de los octógonos pequeños. Toma las medidas necesarias en el suelo y averigua las medidas que tendrían los lados de los octógonos que estuviesen en la posición del dibujo.



Actividad J

La siguiente foto nos muestra un fragmento de mosaico perteneciente al Salón del Príncipe. El dibujo de la derecha corresponde a un detalle de dicho mosaico.

1. Encuentra un paralelogramo mínimo generador del mosaico.
2. Las líneas rojas a trazos delimitan sobre la foto un friso vertical. Clasifícalo y halla su motivo mínimo.
3. En el dibujo adjunto tenemos ocho rombos alrededor de una estrella octogonal. Detalla qué movimientos transformarían el rombo A en cada uno de los otros.



4.6.5. Salón de Embajadores

Consideramos aquí el Salón de Embajadores y sus adjuntos: Salón de Sevillanos, Salón de Toledanos y Salón del Techo de Felipe II.

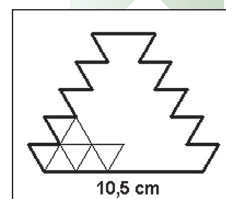
El llamado Salón de Embajadores era el salón del trono de Pedro I y se hizo reutilizando la llamada Sala de las Pléyades del anterior palacio del rey Al Mutamid, el cual organizaba aquí sus tertulias poéticas y literarias. Se trata de una estancia de planta cuadrada, cuya altura sobrepasa la segunda planta y está culminada con una cúpula semiesférica (sala de la media naranja) ornamentada con lacería labrada en madera. Por su belleza y rica decoración en techo y paredes, es la pieza más notable del palacio. Desde ella se abren cuatro salidas. La que da al Patio de las Doncellas se abrió en el testero donde se encontraba el trono de Al Mutamid. Las otras, oeste, sur y norte, tienen arcos de herradura.

Hacia el sur salimos al Salón de Toledanos y al norte al Salón de Sevillanos, llamados así por la procedencia de los artistas que las decoraron. La abertura del Salón de Embajadores hacia el oeste fue el acceso al salón del trono en tiempos de Al Mutamid. Ahora da paso al llamado Salón del Techo de Felipe II, por el techo colocado en tiempos de ese rey. Por esta sala, rectangular, muy alargada y también ricamente decorada, podemos salir hacia el jardín del Príncipe.

Actividad A

En las jambas entre el Salón de Embajadores y el Salón de Toledanos nos encontramos con el siguiente friso, que tiene un motivo muy usado en otros sitios del Alcázar y en los patios sevillanos actuales.

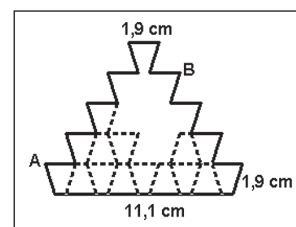
Podemos imaginarnos el motivo del friso como un apilamiento de triángulos equiláteros, tal como se indica en el esquema. Calcula el número de triángulos necesarios para completar la figura y su perímetro y área total. Clasifica el friso.



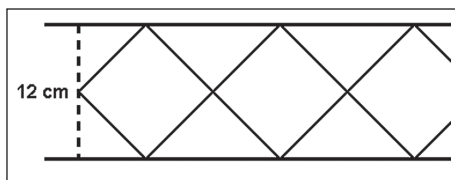
Actividad B

Un motivo muy similar al de la actividad A puede obtenerse con un apilamiento de trapezios isósceles, tal como se indica en el esquema.

1. Calcula el número de trapezios necesarios para completar la figura y su perímetro y área total.
2. Calcula la distancia AB.
3. ¿Cuántos trapezios harían falta para un apilamiento similar de 500 "pisos"?



Actividad C



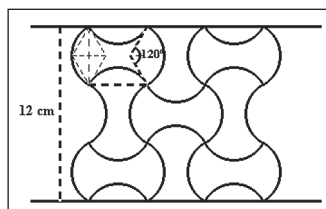
En el Salón de Sevillanos y en el Salón de Toledanos encontramos el siguiente friso.

Clasifica el friso y, utilizando los datos del esquema adjunto, calcula el perímetro y el área de cada cuadrado.

Actividad D

En el Salón de Embajadores y otros lugares del Alcázar podemos ver el siguiente friso.

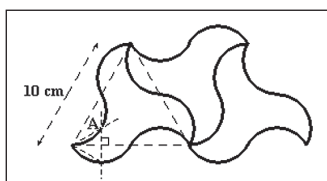
1. En el esquema adjunto tienes datos suficientes para calcular el área y perímetro de la figura básica de este friso, que recibe el nombre de "hueso".
2. Calcula también las dimensiones del "hueso", largo y ancho.
3. Halla el motivo mínimo del friso y clasifícalo.



Actividad E

En el Salón de Embajadores encontramos el siguiente alicatado, basado en la figura llamada pajarita nazarí.

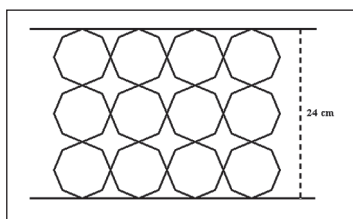
1. En el esquema adjunto puedes ver cómo se obtiene el centro A desde donde se traza uno de los arcos que forman la pajarita. Halla el radio y el ángulo central correspondiente a ese arco.
2. Calcula el área y el perímetro de una pajarita.
3. Calcula la distancia entre el centro de una pajarita blanca y el centro de una pajarita negra que esté pegada a ella.



Actividad F

Entre el Salón de Embajadores y el Salón de Toledanos encontramos el siguiente friso, formado por octógonos regulares.

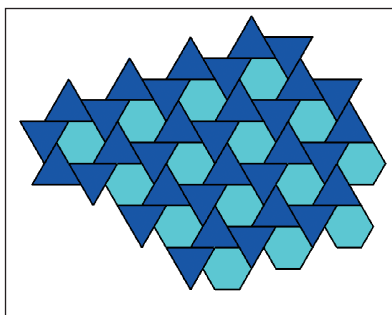
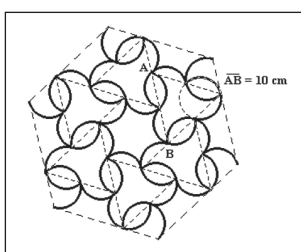
1. Con los datos del esquema adjunto debes calcular todos los ángulos de la figura, el perímetro y el área de un octógono y de una de las estrellas de cuatro puntas.
2. Halla el motivo mínimo del friso y clasifícalo.



Actividad G

En el Salón de Embajadores encontramos el siguiente alicatado, basado en la pajarita nazarí.

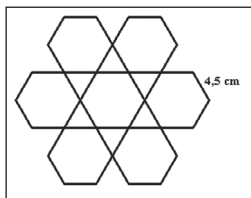
1. Con los datos del esquema adjunto debes calcular el perímetro y el área de una pajarita, de uno de los hexágonos curvos y de una de las figuras lenticulares que quedan entre las pajaritas.
2. El dibujo adjunto está hecho con la estructura de hexágonos y triángulos que subyace al mosaico anterior. Teniéndolo en cuenta puedes calcular la distancia entre los centros de dos hexágonos curvos inmediatos.
3. Halla un motivo mínimo que genere este mosaico de hexágonos y triángulos, y las dos traslaciones que generan el mosaico a partir del motivo mínimo.



Actividad H

En el Salón de Sevillanos y en el Salón de Toledanos encontramos el siguiente alicatado.

1. Con el dato del esquema adjunto debes calcular el perímetro y el área de los hexágonos regulares y triángulos equiláteros que son la base del alicatado.



2. Encuentra un motivo mínimo que, prescindiendo del color, pueda generar este mosaico y las dos traslaciones correspondientes.
3. Lo mismo que en la cuestión anterior pero que sea un paralelogramo mínimo.

Actividad I

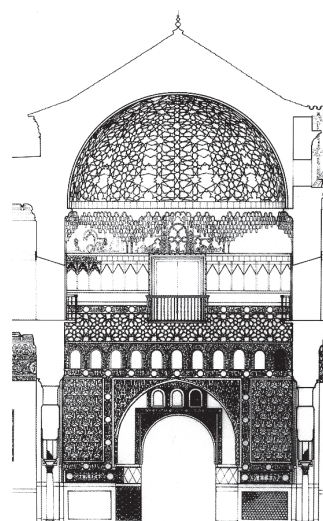
Clasifica arcos (Apéndice A) de los que se ven en estas salas detallando dónde se encuentran.

Actividad J

Busca rectángulos de proporciones especiales (Apéndice B) en estas salas usando las plantillas.

Actividad K

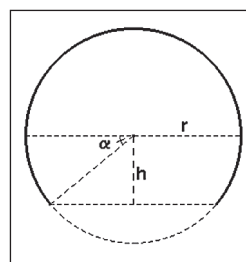
Estima el volumen interior del Salón de Embajadores utilizando el dibujo a escala adjunto. Ten en cuenta que debes medir alguna distancia de la realidad para poder calcular dicha escala.



Actividad L



En un arco de herradura como los que ves en el Salón de Embajadores hay una relación muy simple entre el radio r , la altura h que baja el arco respecto al nivel del centro del radio y el ángulo α que baja el arco en cada lado respecto a la semicircunferencia. Encuentra esa relación.



¿Cuánto vale α si h es la mitad del radio? ¿Y si es h las dos terceras partes de r ?

4.6.6. Salas del Ala Sur

En el ala sur del palacio nos encontramos con el Salón del Techo de Carlos V y el llamado Comedor.

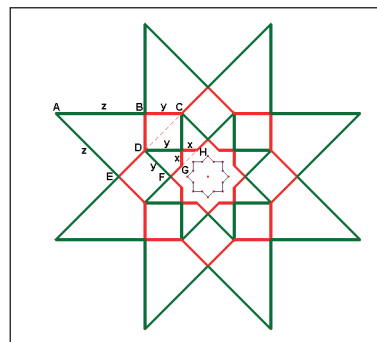
El primero, también llamado Salón de los Artesones, era la antigua capilla del palacio y en ella se casó Carlos V con Isabel de Portugal. Su nombre se debe a la techumbre de madera, de la época del emperador, en forma de red de octógonos y cuadrados. Dentro de algunos de los octógonos aparecen cabezas de damas y caballeros.

El Comedor o Sala de Infantes comunica con el Salón de Toledanos y justo enfrente se abre al Jardín de la Galera. Aquí nació la Infanta Isabel de Orleáns y Borbón, hermana de la María de las Mercedes de la copla, esposa de Alfonso XII. En sus extremos oriental y occidental hay dos salas cuadradas llamadas antesalas 17 y 15 respectivamente

Actividad A

En el suelo de las antesalas 15 y 17 hay rosetones octogonales de igual diseño a los de las salas 24 y 25 del Salón del Príncipe.

1. En el dibujo de la derecha ves una estructura que es como la central del rosetón del suelo. En rojo tenemos dos octógonos estrellados regulares de un mismo tipo, y en verde otros dos del otro tipo que existe. Vamos a ver que relación hay entre sus lados: x , y , z .



Para empezar, fíjate en el dibujo y piensa cuánto mediría GH en función de x . Piensa luego qué tipo de triángulo es el DFH, y cuando sepas la medida de FH ya sabrás la de y . ¿Por qué? Sabiendo la de y , podrás averiguar la de DC, luego EC y ya sabrás z .

2. Las dos estrellas octogonales rojas son semejantes. Explica por qué y halla la razón de semejanza. ¿Qué pasa con las verdes?
3. El cuadrilátero ABDE tiene dos ángulos rectos. ¿Cuánto miden los otros?
4. ¿Cómo hallarías el área del cuadrilátero ABDE, si supieras las medidas de los segmentos AB y BD?

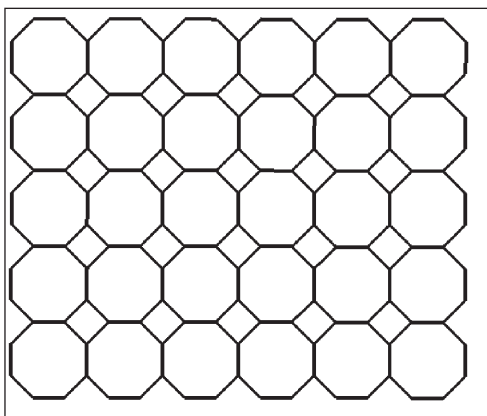
En la foto siguiente puedes ver el rosetón de la antesala 15.



5. Identifica en este suelo dos dodecágonos cóncavos iguales.
6. Deduce la medida de los ángulos interiores de cada uno de esos dodecágonos.
7. Halla también su área por descomposición, tomando las medidas necesarias sobre el suelo.
8. En este rosetón hay dieciséis trapecios iguales en tamaño. ¿De qué tipo son? Halla el área de uno de ellos.

Actividad B

La techumbre del Salón del Techo de Carlos V sigue un esquema plano como el del dibujo siguiente, con cuadrados y octógonos regulares que imaginaremos se extienden indefinidamente en todas direcciones.



1. Imaginando este esquema como un mosaico plano, ¿cuál sería un paralelogramo mínimo suyo?
2. ¿Qué porcentaje de la superficie estaría cubierta por cuadrados en este tipo de embaldosado?
3. Si rellenásemos cada polígono de un color y no quisiéramos que ninguna pareja de polígonos con un lado común tuvieran el mismo color, ¿cuál sería el menor número de colores que necesitaríamos?
4. Si cada lado de octógono o cuadrado midiera 30 cm, y con centro en un vértice de un cuadrado trazáramos una circunferencia de radio un metro, ¿cuántos cuadrados del mosaico quedarían dentro de la circunferencia? ¿Y si el radio fuera de 3 metros?

4.7. Palacio Gótico

Podemos acceder al Palacio Gótico de tres formas distintas: mediante una escalera que sale desde el Patio de las Doncellas, por un corredor que llega desde el Jardín del Chorrón o desde el Patio del Crucero o de Doña María de Padilla.

Sus dos salas más importantes, llamadas en otra época Salones de Carlos V, son el Salón de las Fiestas o de las Bóvedas, con arquería gótica y ventanales hacia el Jardín de la Danza, y el Salón de Tapices, más ancho que el anterior y que se abre mediante un pórtico, al Patio del Crucero. En los extremos de estos salones, y perpendiculares a ellos, se encuentran otras dos salas rectangulares más pequeñas: la Capilla, en el lado oeste, que está presidida por un retablo de la Virgen de la Antigua, y la Biblioteca del Alcázar en el lado este.

El pórtico del Palacio es obra de Sebastián Van der Borcht (Siglo XVIII) y fue realizado, junto con la reforma del Salón de Tapices, tras el terremoto de Lisboa de 1.755, que causó daños en ésta y en otras zonas del Alcázar. En el Salón de las Fiestas destacan los azulejos, obra de Cristóbal de Augusta en 1.578.



Actividad A

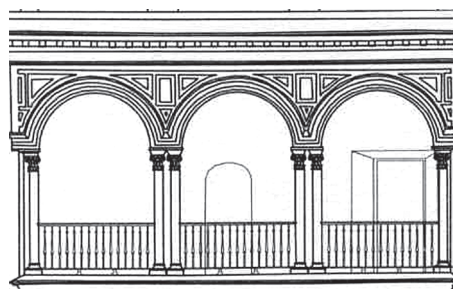
En las salas del Palacio Gótico hay muchos tipos de arcos. Clasifica los que puedas ayudándote con la información del Apéndice A y con plantillas, y haz una relación de los tipos que encuentres indicando claramente su situación.



Actividad B

En el dibujo adjunto tienes un detalle del alzado de la fachada sur del Palacio Gótico con varios arcos de medio punto.

1. Señala los apoyos, las jambas, la luz, el intradós y la flecha.
2. Con ayuda de la regla y el compás señala también sus centros.



Actividad C

Halla la altura máxima de los techos del Salón de Tapices y del Salón de las Fiestas, utilizando alguno de los procedimientos de medida indirecta de alturas descritos en el Apéndice F.

Actividad D

Entre los azulejos del Salón de Fiestas encontramos el friso de la foto adjunta.

1. Haz un dibujo esquemático del friso y clasifícalo (Apéndice C).
2. Señala en el dibujo hecho un motivo mínimo del friso.
3. Indica, también en el dibujo, un elemento generador del motivo mínimo y explica los movimientos que, a partir de este elemento generador, producen el motivo del friso.



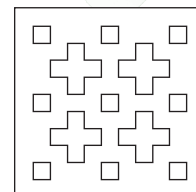
Actividad E

Construyendo y utilizando las plantillas correspondientes a los rectángulos de proporciones especiales (Apéndice B), busca proporciones especiales en el Palacio Gótico. Fíjate en los tapices, las puertas, las ventanas y demás elementos decorativos y arquitectónicos de estas salas.

Actividad F

Al entrar en el Palacio Gótico desde el Patio del Crucero, atravesamos una puerta que, vista desde su interior, presenta el siguiente motivo geométrico.

1. Si en el esquema dibujado a la derecha el lado del cuadrado fuera de 6 cm, ¿cuál sería el área de la cruz?
2. Construye este dibujo con el programa Cabri.
3. Suponiendo que el dibujo de la puerta fuera el de un mosaico que se extendiera en todas direcciones, señala cuál sería un motivo mínimo suyo. Encuéntrale dos paralelogramos mínimos distintos.
4. Utilizando uno de los paralelogramos mínimos, calcula la fracción de la superficie de este mosaico que correspondería a las cruces. Da el resultado también en tanto por ciento.



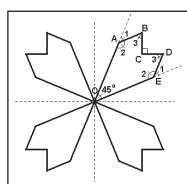
Actividad G



En la foto adjunta se ve un detalle de la parte superior de la puerta de paso entre los dos salones grandes. Observa esta especie de rosetón cuadrado de la foto.

1. Clasifica este rosetón (Apéndice D).
2. Realiza, sobre papel y con regla y compás, un dibujo esquemático de este rosetón.

Actividad H



En la misma puerta de la actividad anterior, pero en la parte inferior, encontramos este otro rosetón. A la derecha de la foto tienes el dibujo de una especie de flor de cuatro pétalos, similar al motivo central del rosetón.

1. Clasifica el rosetón cuadrado de la foto (Apéndice D).
2. ¿Qué clase de polígono es el pétalo OABCDE?
3. ¿Cuánto suman los ángulos interiores del polígono anterior?
4. Calcula las medidas de los ángulos 1, 2 y 3 del dibujo, teniendo en cuenta que el segmento AB es paralelo al OE, el ED al OA y los segmentos BC y DC paralelos a los segmentos a trazos que se cortan en O.
5. Supongamos que los segmentos a trazos que se cortan perpendicularmente en el punto O son los dos ejes de un sistema de coordenadas cartesianas, y que $OA = OE = 35$ cm y que $AB = ED = 12$ cm. Calcula entonces las coordenadas de los puntos A, B, C, D y E.

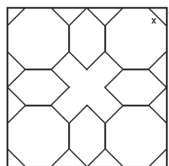
Actividad I

En la salida del Palacio Gótico hacia el Jardín del Chorrón encontramos una techumbre del siglo XVI, debida a Hernando de Zárata. Vamos a fijarnos en algunos de sus diseños geométricos.



Fíjate en esta primera foto y en su esquema adjunto.

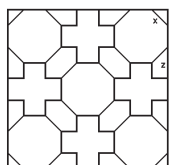
1. Nombra todos los polígonos que distingas en el dibujo anterior, dando características de cada uno de ellos.
2. Observa que todos los lados de los polígonos que componen este cuadrado son iguales a " x ", lado del octógono regular, o iguales al cateto " y ", o iguales a la hipotenusa " z ". ¿Qué relación numérica hay entre x e y ? ¿Y entre z e y ?



3. Halla las medidas de todos los ángulos que se ven en el dibujo.
4. Suponiendo que $x = 20$ cm, calcula los perímetros y las áreas de todos los polígonos del dibujo.

En esta segunda foto tenemos otro diseño distinto del mismo techo.

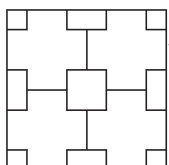
5. Nombra todos los polígonos que distingas en el dibujo anterior, dando características de cada uno de ellos.
6. Observa que todos los lados de los polígonos que componen este cuadrado son iguales a " x ", lado del octógono regular, o iguales al cateto " y ", o iguales al lado " z ". ¿Qué relación numérica hay entre x e y ? ¿Y entre z e y ?



7. Halla las medidas de todos los ángulos que se ven en el dibujo.
8. Suponiendo que $x = 20$ cm, calcula los perímetros y las áreas de todos los polígonos del dibujo.

Finalmente, veamos una última foto del mismo techo con otro diseño.

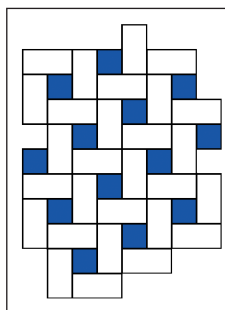
9. Nombra todos los polígonos que distingas en el dibujo anterior, dando características de cada uno de ellos.
10. Observa que todos los lados de los polígonos que componen este cuadrado son iguales a " x " o iguales a " y ". ¿Qué relación numérica hay entre x e y ?
11. Suponiendo que $x = 20$ cm, calcula los perímetros y las áreas de todos los polígonos del dibujo.



Actividad J

En la siguiente foto puedes ver el embaldosado del Salón de las Fiestas. Al lado tienes un dibujo esquemático del mosaico correspondiente.

1. Encuentra un motivo mínimo, que no sea un paralelogramo, que genere este mosaico mediante traslaciones.
2. En este mosaico podemos encontrar un paralelogramo fundamental (Apéndice E) con forma de cuadrado. Búscalo y encuéntrale un



elemento generador también cuadrado. Busca también otro paralelogramo fundamental que no sea un cuadrado.

3. Usando el motivo mínimo hallado en el apartado 1, calcula el porcentaje de superficie que en este suelo ocupa el mármol.
4. Curiosidad: Los cuadrados azules del dibujo son en la realidad cuadrados compuestos de cuatro losetas que forman un dibujo floral. Hay un sitio en la sala donde el dibujo no está bien compuesto. Encuentra ese cuadrado “erróneo”.

4.8. Patio del Crucero o de Doña María De Padilla

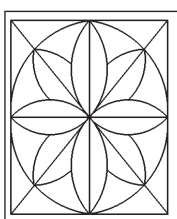
Podemos llegar a este patio saliendo del Palacio Gótico en dirección norte a través de su pórtico, o desde la galería-corredor que une el Patio de la Montería con el Apeadero. También podemos acceder desde la Capilla del Palacio Gótico, mediante una puerta no siempre abierta para los visitantes.

Aquí nos encontramos en el nivel superior del antiguo patio de crucero en dos niveles del palacio almohade (siglo XII): el nivel superior soleado para el invierno y otro inferior con galerías umbrías y frescas. Bajo el patio se encuentran los Baños de Doña María de Padilla, mandados construir por el Rey D. Pedro en el nivel inferior. El macizado y remodelación del nivel superior se realizó a finales del siglo XVIII, junto con la realización del pórtico de estilo neoclásico del Palacio Gótico, tras los destrozos causados por el mencionado terremoto de Lisboa de 1755.



Actividad A

En el pasillo que va desde el Apeadero hasta el patio de la Montería, nos encontramos este dibujo sobre un suelo de guijarros. Mide el largo y el ancho del rectángulo exterior que lo circunscribe y responde a las siguientes cuestiones.



1. Calcula el área y el perímetro del rectángulo exterior.
2. Busca los ejes y centros de simetría de la figura.
3. Clasifica la figura como rosetón (Apéndice D).
4. Halla la parte más pequeña de la figura que, mediante movimientos, es capaz de generar la figura completa. Explica cuales serían esos movimientos generadores.

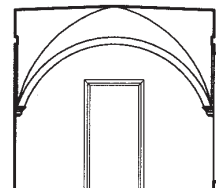


5. Investiga y señala en el dibujo dónde están los centros de los distintos arcos que aparecen en el dibujo.
6. Dibuja la figura con regla y compás y con el programa Cabri.

Actividad B

En este detalle de un plano, correspondiente a esta zona del Alcázar, puedes observar dos tipos de arcos.

1. Clasifícalos (Apéndice A).
2. Con la ayuda de la regla y el compás, halla el centro del arco inferior.
3. Localiza en el Patio del Crucero el lugar al que corresponde este detalle de plano.

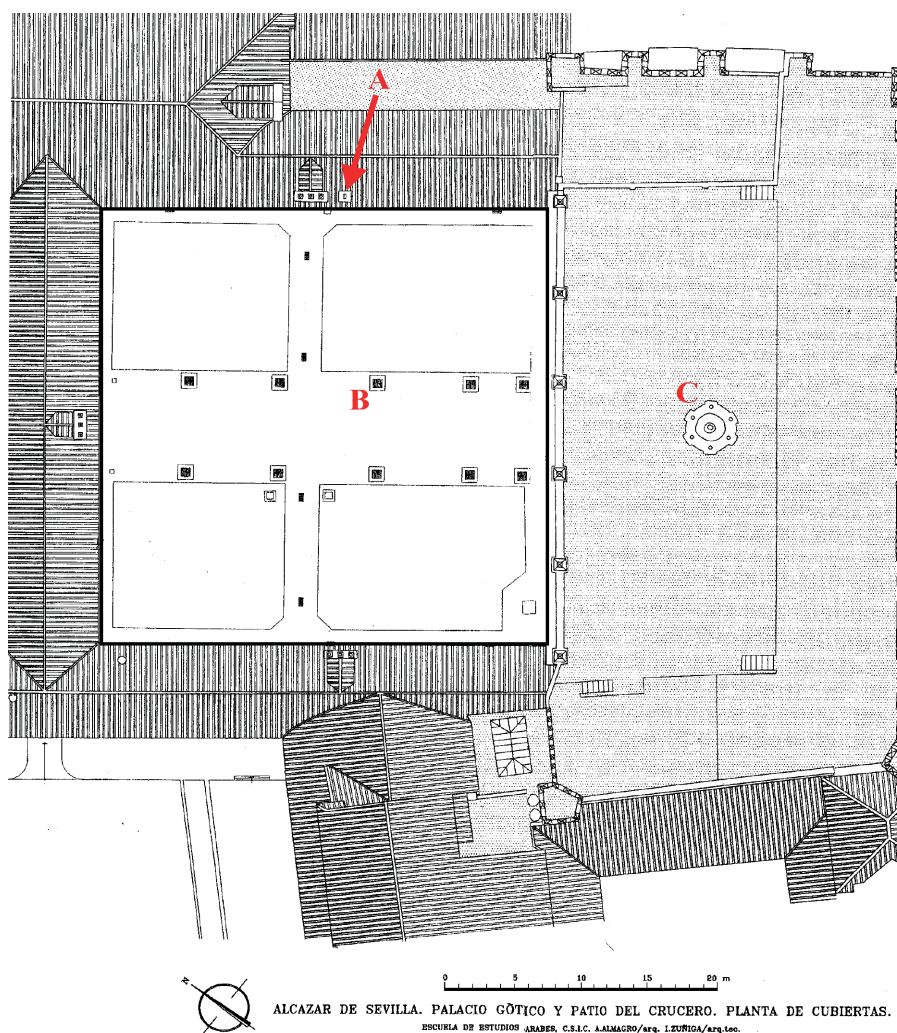


Actividad C

Utilizando las plantillas de las proporciones especiales (Apéndice B), localiza los rectángulos correspondientes (áureos, cordobeses, raíz de dos, ...) que pudieran existir entre los diversos elementos arquitectónicos y decorativos del Patio del Crucero.

Actividad D

1. Utilizando la escala gráfica del plano adjunto, calcula las dimensiones, la diagonal y el área reales del patio del Crucero.
2. ¿Qué representa el cuadradito señalado con la letra A? ¿Y el señalado con B? ¿Y la figura hexagonal indicada con la letra C?

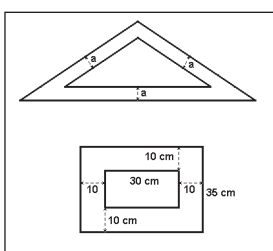


Actividad E



Utilizando alguno de los procedimientos de cálculo indirecto de alturas del Apéndice C, halla las alturas de diversos elementos del patio: castillete de la fachada oeste, chimenea de la fachada este, palmera, castillete sobre la puerta que se abre al corredor entre el Apeadero y el Patio de la Montería, ...

Actividad F



En castilletes neoclásicos, como los que se ven en este patio, son típicos los remates en triángulos incluidos unos en otros y con igual distancia entre los lados paralelos, produciendo así triángulos semejantes. ¿Serían también figuras semejantes en el caso de tratarse de rectángulos? Comprueba que no es así con los datos del par de rectángulos del dibujo adjunto. ¿Cómo tendrían que ser los rectángulos para que sí fueran semejantes?

Actividad G



Esta reja con arcos se encuentra en el pasillo que va desde el Apeadero al Patio de la Montería.

1. De qué tipo son los arcos que ves (Apéndice A).
2. ¿Qué porcentaje de la superficie que ocupa en la foto la reja completa, corresponde a la puerta marrón del fondo?
3. ¿A qué escala respecto a la realidad está esta foto? Compruébala con medidas horizontales y verticales para ver si hay, o no, deformación respecto a las proporciones reales.

4.9. Apeadero

Su construcción, dirigida por Vermondo Resta, data de principios del siglo XVII. El objetivo era dar una apariencia más digna a toda esta zona del Alcázar, que constituía su principal entrada. Fue remodelado en el siglo XVIII, dedicándose la parte alta a la Real Armería. Sufrió posteriores renovaciones y actualmente se usa el alto como sala de exposiciones.

Se accede desde el Patio de Banderas y tanto su parte baja como su parte alta constan de una gran sala dividida en tres naves. La nave central de la parte baja está separada de las laterales mediante dos grupos de doubles columnas de mármol enlazadas con arcos de medio punto. En la parte alta la separación de las naves está hecha con pilares rectangulares unidos con arcos carpanel.



En el extremo opuesto a la puerta encontramos pasillos que nos llevan uno a la zona de jardines y otro al Palacio Gótico y al patio de la Montería.

Actividad A

Al entrar en el Apeadero, en la pared de la derecha, encontrarás este ventanuco ovalado con reja.

1. Clasifica esta reja de hierro como rosetón (apéndice D).
2. Dibuja sobre papel, de forma aproximada, la figura de la reja y señala en ella una parte mínima que pueda generar mediante movimientos el dibujo completo



Actividad B

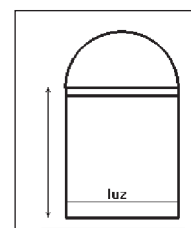


En la pared izquierda del Apeadero, según se entra desde el Patio de Banderas, se encuentra el elemento decorativo de la foto, sobre una pila de agua. Su parte central es un óvalo.

Busca en libros de dibujo diversas formas de trazar óvalos y encuentra la que más se aproxime a éste. Dibuja entonces, siguiendo el trazado encontrado, un óvalo semejante al de la foto y a una escala conveniente para que te quepa en un papel de formato A4.

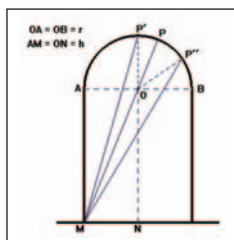
Actividad C

En el Apeadero hay arcos incrustados en la pared, arcos entre las doubles columnas y arcos en otras ubicaciones, que son de medio punto. En el dibujo adjunto tienes el esquema. En uno de ellos



1. Mide la longitud de la luz y calcula la longitud de la semicircunferencia.
2. Calcula el área del semicírculo.
3. Mide la altura indicada y calcula el área total del arco.

Actividad D



En el dibujo adjunto tienes un arco de medio punto en el que hemos incluido varios segmentos MP, MP', MP''... Puedes imaginar que se trata de palos rectos que se apoyan en el punto M del suelo y en diversos puntos P, P', P''... del arco.

Pues bien, la pregunta es: ¿cuál sería el palo de mayor longitud que podría colocarse de esa forma? Y la respuesta puede verse en el dibujo adjunto: se trata del palo MP cuyo recorrido pasa por el punto O, centro desde el que está trazado el arco de medio punto. Explica por qué. ¿Cuál sería esa longitud máxima en función de la altura h y el radio r?

Actividad E

En el suelo del Apeadero, compuestas con guijarros, nos encontramos con unas figuras cuyos esquemas son los siguientes:

Figura 1

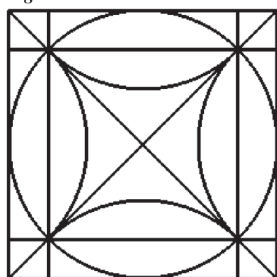
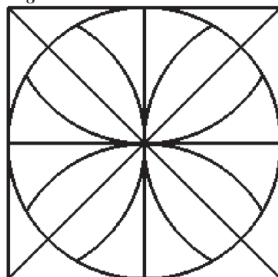


Figura 2



Para la figura 1 y usando sólo la medida del lado del cuadrado más exterior, que debe medirse in situ:

1. Calcula el área del cuadrado más interior.
2. Calcula el área del rombo curvilíneo que aparece en el centro.
3. Y también el área de una de las cuatro regiones ovaladas que se forman.
4. Halla los ejes y centros de simetría.
5. Halla los giros que mantienen invariante la figura.
6. Halla también la parte más pequeña de la figura que, mediante movimientos, es capaz de generar la figura completa. Explica cuáles serían esos movimientos generadores.
7. Dibuja la figura con el programa Cabri.

Para la figura 2 y usando sólo la medida del lado del cuadrado más exterior, que debe medirse in situ:

8. Calcula el perímetro y el área del cuadrado.
9. Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo.
10. Calcula el área de cada uno de los cuatro picos que quedan entre el cuadrado y el círculo.

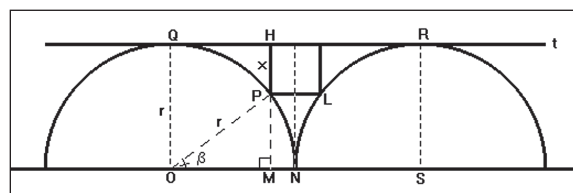
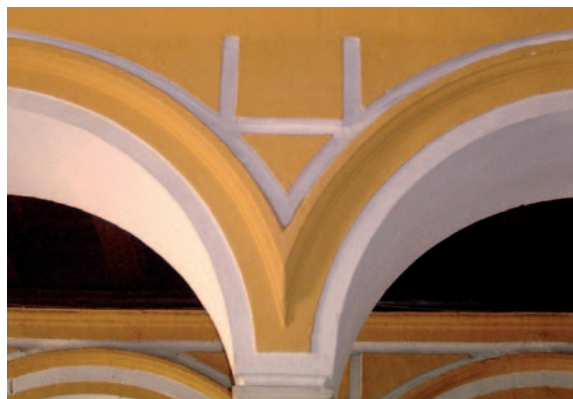
11. Calcula el área de cada uno de los cuatro “pétalos truncados” que aparecen en la figura.
12. Halla los ejes y centros de simetría.
13. Halla los giros que mantienen invariante la figura.
14. Halla también la parte más pequeña de la figura que, mediante movimientos, es capaz de generar la figura completa. Explica cuáles serían esos movimientos generadores.
15. Dibuja la figura con el programa Cabri.

Actividad F

Por todo el Apeadero puedes observar que entre cada dos arcos, en la parte superior, aparece un adorno en forma de cuadrado, dando lugar a un diseño que esquemáticamente puede ser visto como en el dibujo adjunto.

Se trata de dos semicírculos con una recta tangente común t . Además, en el espacio entre los semicírculos y la recta t se ha inscrito un cuadrado de lado x . Suponiendo que el radio r de los semicírculos midiera 1'50 metros, calcula:

1. Área de un semicírculo.
2. Área y perímetro del “triángulo” de lados curvos QNR.
3. Lado y área del cuadrado de lado x . (Pista: debes trabajar sobre el triángulo rectángulo OMP).
4. Con los datos obtenidos en c), comprueba que el triángulo rectángulo OMP es semejante al de lados enteros (3, 4, 5).
5. El ángulo β usando la trigonometría.
6. El área y el perímetro del triángulo curvilíneo QHP.
7. El área y el perímetro del triángulo curvilíneo PNL.



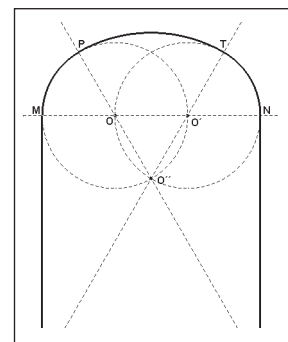
Actividad G

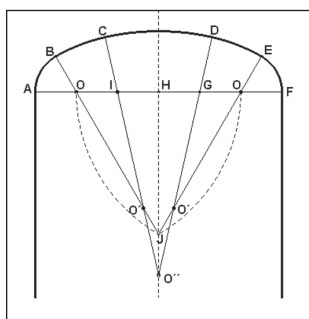
A continuación tienes dos trazados de arcos carpanel, uno de tres centros y otro de cinco centros.

La luz MN se ha dividido en tres segmentos iguales mediante los puntos O y O'. El punto O'' se ha obtenido de forma que el triángulo OO'O'' sea equilátero.

La recta que pasa por O y O'' delimita el arco MP que se traza con centro en O. La recta que pasa por O' y O'' delimita el arco NT que se traza con centro en O'.

Finalmente se traza el arco PT con centro en O''.





La luz AF se ha dividido en seis segmentos iguales mediante los puntos O, I, H, G y O. El punto J se ha obtenido de forma que junto con los dos puntos O determine un triángulo equilátero. El punto O'' se ha fijado en la recta que pasa por H y J, de forma que el segmento JO'' sea igual que el AO. Después, los puntos O' se obtienen de las intersecciones de los segmentos JO con el IO'' y el GO''.

La recta que pasa por O y J delimita el arco AB que se traza con centro en O. De forma simétrica se traza el arco EF. La recta que pasa por I y O' delimita el arco BC que se traza con centro en O'. De forma simétrica se obtiene el arco DE. Finalmente dibujamos el arco CD con centro en O''.



1. Realiza en cartulina y con regla y compás, siguiendo los modelos anteriores, un dibujo de cada uno de los dos tipos de arco, partiendo de una luz de 18 cm.

2. Recorta los dos arcos dibujados en el apartado anterior y comprueba visualmente (ver procedimiento en el apéndice A) cuál de las plantillas obtenidas se ajusta mejor a los arcos que ves en la sala de exposiciones de la planta alta del Apeadero.

Actividad H

Calcula la longitud de un arco carpanel como el de tres centros de la actividad anterior, suponiendo una luz de 3 metros. Debes fijarte bien en la amplitud y el radio con el que están trazados los tres arcos de circunferencia que lo forman.

Actividad I



En la foto adjunta ves el rosetón del techo de la escalera de acceso a la sala de exposiciones de la planta alta del Apeadero.

1. Clasifícalo como rosetón (consulta el apéndice D) sin tener en cuenta el cuadrado exterior. Explica qué movimientos lo dejan invariante.
2. Identifica la porción mínima del rosetón que lo genera mediante movimientos y señala en un dibujo esquemático esos movimientos generadores.
3. Responde a las mismas preguntas que en los apartados anteriores, pero teniendo en cuenta el cuadrado exterior.

4.10. Jardines del Alcázar

Cuando en el siglo X Abd al Rahman III manda construir la “casa del gobernador”, empieza la historia del Alcázar y con ella la historia de sus patios y jardines. Primero fueron jardines y huertas musulmanes. Después vinieron las influencias góticas, las mudéjares, las renacentistas, las manieristas y las barrocas.

En el siglo XVIII sufrieron las consecuencias del terremoto de Lisboa y se perdió el magnífico jardín de crucero de origen almohade. En el XX parte de las huertas del Alcázar fueron cedidas por el Patrimonio Real a la ciudad transformándose en los Jardines de Murillo, y el resto se transformaron en los jardines más modernos.



En los jardines del Alcázar se han ido reflejando los gustos estéticos y culturales de cada época. En ellos el lento paso del tiempo ha creado un mundo arquitectónico y vegetal, histórico y mitológico, que refleja parte de la historia de Sevilla.

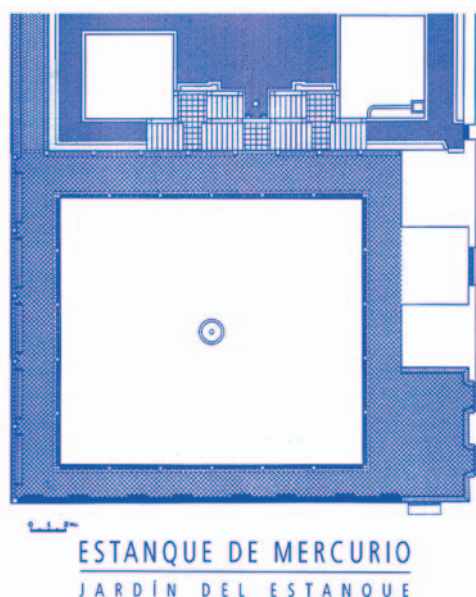
Recomendamos consultar el plano general del capítulo tres.

4.10.1. Jardín del estanque



En la época musulmana se recogían en una gran alberca ubicada aquí las aguas que llegaban desde Alcalá de Guadaira a través de los caños de Carmona. Este agua se dedicaba al riego de las huertas y jardines. En el siglo XVI se construye el estanque actual con la fuente de Mercurio en bronce, fundido por Bartolomé Morel y esculpido por Diego de Pesquera.

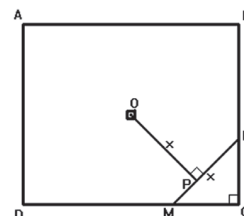
El estanque está flanqueado hacia el este por el comienzo, pleno de hornacinas y con castillete almenado, de la Galería del Grutesco, obra del arquitecto Vermondo Resta en el siglo XVII y en cuya base estarían las ruinas de la antigua muralla almohade. En sus vanos aparecen pinturas de tema mitológico realizadas por Diego de Esquivel.



- A. Halla el volumen de agua que cabría en el estanque, suponiendo que la profundidad fuera de 2 metros.
- B. Halla el área de la zona embalsosada que rodea el estanque.



- C. Averigua la escala numérica a la que está dibujado el estanque.
- D. Calcula la distancia al centro del estanque desde una esquina.
- E. ¿Es posible colocar dentro del estanque un hexágono regular flotante de 60 metros cuadrados de superficie?
- F. Queremos cubrir el estanque con un techo en forma de pirámide rectangular, con caras que acaben a la altura de las barandillas y que tenga en el centro una altura de 5 metros respecto al nivel del suelo. ¿Qué superficie lateral tendría esa pirámide?
- G. ¿Qué longitud mínima x habrían de tener dos tablones iguales para que, apoyándolos en los bordes del estanque y en la base de la fuente de Mercurio, pudieran colocarse tal como se ve en el dibujo adjunto? Los tablones están perpendiculares entre sí, el triángulo MCN es rectángulo isósceles y las dimensiones del estanque debes medirlas in situ.
- H. El chorro de agua cayendo en el estanque sugiere varios ejercicios, ligando la geometría con el estudio del movimiento uniformemente acelerado, pero el hecho de que el caño por el que sale el agua esté inclinado hacia abajo dificulta el tratamiento y pone muchas cuestiones fuera del nivel de la ESO. Sin embargo, imaginándonos la situación, más simple, de que el caño de salida estuviera horizontal, podemos proponer, por ejemplo, el siguiente ejercicio.



Partiendo del esquema adjunto, debes hallar la ecuación aproximada de la parábola de vértice O, que forma el chorro de agua al caer sobre el estanque. Necesitas calcular previamente la altura a la que se encuentra el punto O de salida del agua. Para hacerlo puedes utilizar uno de los procedimientos que se explican en el apéndice F. También debes estimar la distancia AB



4.10.2. Jardín de la Danza

Su nombre se debe a las dos esculturas, de un sátiro y una ninfa bailando, que estaban situadas, desde el siglo XVI, sobre las dos columnas de la entrada del jardín desde las escaleras que vienen del estanque de Mercurio.

Fue en este jardín donde tuvo lugar el suntuoso baile organizado por Pedro I en honor del heredero de Inglaterra, el príncipe Eduardo. También desde él podemos acceder a los llamados Baños de Doña María de Padilla, que coinciden con lo que era el nivel inferior del antiguo patio de crucero almohade.



En el Jardín de la Danza podemos admirar dos majestuosos magnolios plantados a mediados de XIX.

A. Halla el área del hexágono más exterior alrededor de la fuente.

B. ¿Cuál es la razón de semejanza entre el hexágono más exterior y el más interior de los que se ven en el suelo alrededor de la fuente?



- C. Halla el área de la región limitada por los dos hexágonos anteriores. ¿Qué porcentaje representa esta área respecto del área del apartado A?
- D. Halla la capacidad, en litros, de la pileta que hay alrededor de la fuente.
- E. Dibuja en el plano el cuadrado de lado menor circunscrito al hexágono más exterior del suelo. Halla su área en la realidad. Haz lo mismo pero con un triángulo equilátero.

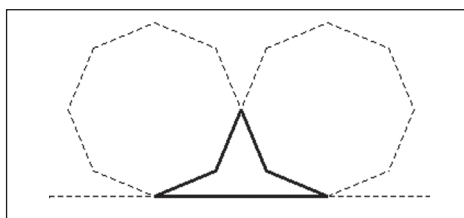
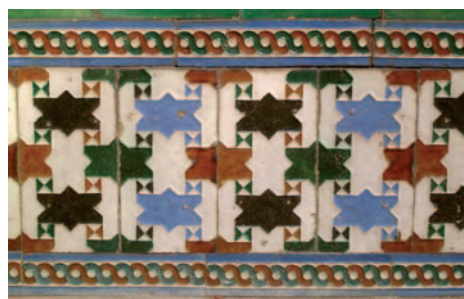
F. En el suelo del jardín podrás encontrar la estrella de la foto siguiente.



1. ¿Qué tipo de triángulos aparecen en esta composición octogonal?
2. Halla el área de las puntas de la estrella.
3. Halla el área del octógono interior y del octógono circunscrito a la estrella.
4. Haz un dibujo a escala, con el programa Cabri, del esquema de esta estrella octogonal. ¿Qué tipo de rosetón es (Apéndice D)?

G. Aquí tienes dos fotos de los bancos que se encuentran alrededor de la fuente.

1. Estudia el friso que aparece en la parte superior e inferior de las dos fotos. Clasifícalo y halla su motivo mínimo (Apéndice C), teniendo en cuenta el color y sin tenerlo. ¿Puede ser generado ese motivo mínimo a partir de un elemento generador más pequeño mediante movimientos? Utiliza un dibujo del friso para contestar a las preguntas.
2. Halla el área de los octógonos del banco de la derecha, tomando las medidas necesarias.
3. ¿Qué clase de polígono es el señalado con una interrogación en el banco de la izquierda? Toma las medidas necesarias y halla su área.
4. Halla un paralelogramo fundamental (Apéndice E) del mosaico intermedio de la foto de la izquierda, sin tener en cuenta el color.
5. En el banco de la derecha, entre dos octógonos consecutivos aparece la figura cuyo esquema es el adjunto. ¿Qué clase de polígono es? Halla razonadamente las medidas de sus ángulos interiores. Halla su área tomando las medidas necesarias.



H. Clasifica los arcos que veas en la entrada, en la nave central y en los pasillos laterales de los Baños de Doña María de Padilla.



I. Si miras desde el Jardín de la Danza hacia el Palacio Gótico verás la siguiente ventana en el primer piso.

1. Clasifica el arco del dintel de la ventana.
2. Calcula la altura de la parte superior del dintel de la ventana sobre el suelo del jardín, utilizando uno de los procedimientos de cálculo de alturas (Apéndice F).

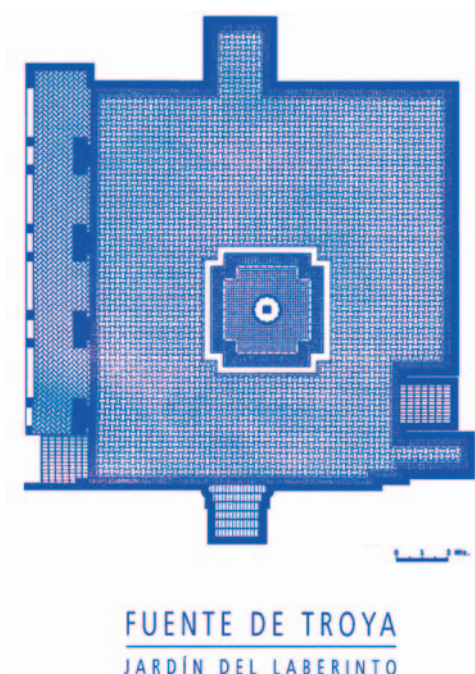


4.10.3. Jardín de Troya

Es un patio pequeño con una fuente central, que durante los siglos XVI y XVII se conocía como Jardín del Laberinto. Entre las especies que en él se cultivan destaca la rosa de pasión. Es ésta una planta trepadora sudamericana que da unas flores bellísimas y extrañas. Se encuentra entre el Jardín de la Danza y el Jardín de la Galera.



Ventanas del Palacio desde el Jardín de Troya



- A. En la foto, y en el plano de la fuente, podemos observar alrededor de la fuente varios cuadrados concéntricos, a los que se les ha cortado un pequeño cuadrado en los vértices. Halla el área del más interior.
- B. Halla el área de la parte superior del bordillo elevado que rodea la fuente.
- C. ¿Qué área tendría el círculo circunscrito al cuadrado de picos cortados más exterior?
- D. Fíjate en el suelo de debajo de la fuente y halla el área de la figura de nivel más bajo que se encuentra bajo la pila. Haz un dibujo de ella a escala con el programa Cabri. ¿Cuánta agua cabría en esa zona más rebajada?
- E. ¿Qué tipo de arcos son los de las ventanas superiores que dan a este jardín? (foto de la página anterior). Calcula la altura sobre el patio de la parte superior de esos arcos.

4.10.4. Jardín de la Galera



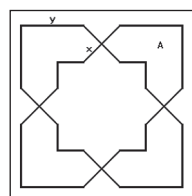
Debe su nombre a los navíos recortados en setos de arrayán (mirto), que en épocas pasadas adornaban este jardín. Según el escritor Rodrigo Caro (1573-1647), estaban en orden de batalla y chorros de agua simulaban un cañoneo entre ellos.

Está comunicado con el interior del Palacio del Rey Don Pedro mediante una escalinata. Hoy, una columna recuerda a Al-Mutamid, el rey taifa de Sevilla, poeta y mecenas de las artes y las ciencias.

- A. Estima el volumen de la columna dedicada a Al-Mutamid.
- B. La siguiente foto nos muestra una de las hojas de la puerta en reja de hierro que comunica el Jardín de la Galera con el interior del Palacio del Rey Don Pedro. Al lado aparece un detalle geométrico de la reja.

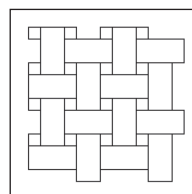
Resuelve las siguientes cuestiones:

1. Estudia el tipo de arco de la hoja de reja.
2. Halla la relación numérica exacta que existe entre el segmento x , lado del octógono regular estrellado, y la medida del segmento y .
3. Halla el área del octógono cóncavo A .



C. El suelo del Jardín, en la foto, presenta un embaldosado con olambrilla, cuyo esquema es el adjunto.

1. Halla un "motivo" que genere el mosaico por traslaciones y que lleve ladrillos y olambrillas enteras. ¿Qué porcentaje de superficie ocupan las olambrillas en este tipo de embaldosado? Halla también un paralelogramo fundamental.
2. Toma las medidas de 20 ladrillos del suelo y halla sus dimensiones medias.
3. ¿Tienen estos ladrillos alguna proporción especial?



4.10.5. Jardín de las Flores

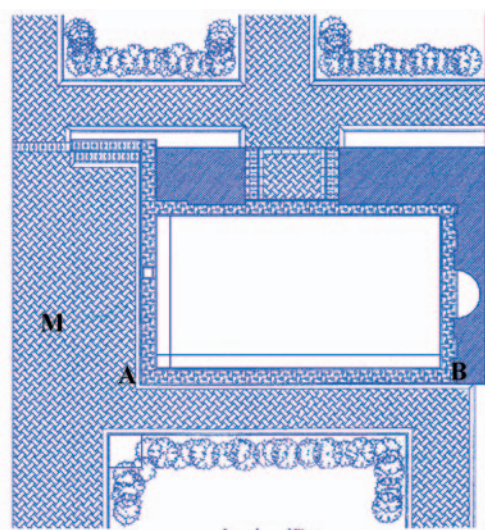
Era el antiguo corral de la leña o de los puercos. Se empieza a reordenar como jardín a partir de 1575. La alberca o estanque es anterior, de 1561, y fue embellecido con cerámicas y con una gruta donde se colocaron conchas, caracolas, corales y vidrios de colores, y de donde sale el agua desde varios surtidores.



En el centro del jardín se encuentra una fuente de mármol circular con surtidor central simulando una montaña. En el lateral opuesto al estanque encontramos los restos de otra gruta-fuente con un busto de Carlos V, rematándose el conjunto con un castillete con escudo.

Desde aquí tenemos acceso al Jardín de la Galera, al Jardín de la Cruz o del Laberinto y, subiendo una escalera, al Jardín del Príncipe.

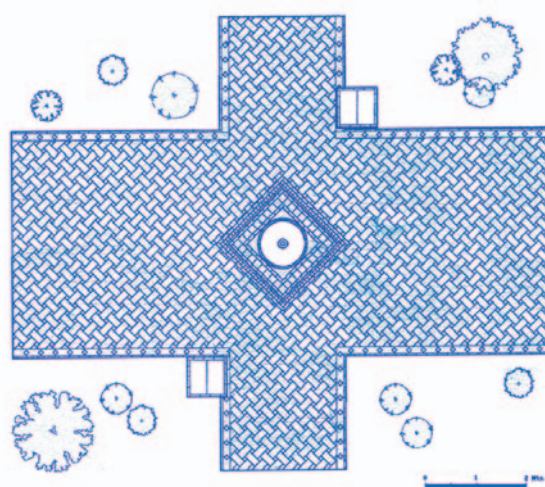
- A. Calcula la capacidad del estanque en metros cúbicos.
- B. Halla las áreas del mayor cuadrado, del mayor triángulo equilátero y del mayor hexágono regular que podemos colocar sobre la superficie del estanque. Dibújalos.
- C. Clasifica el friso que forma el embaldosado superior del lateral AB del estanque. Identifica la figura base o motivo mínimo del friso y el elemento generador de esa figura base, así como los movimientos que a partir del elemento generador forman la figura base. Realiza su dibujo en Cabri.



ESTANQUE DE LAS FLORES
JARDÍN DE LAS FLORES



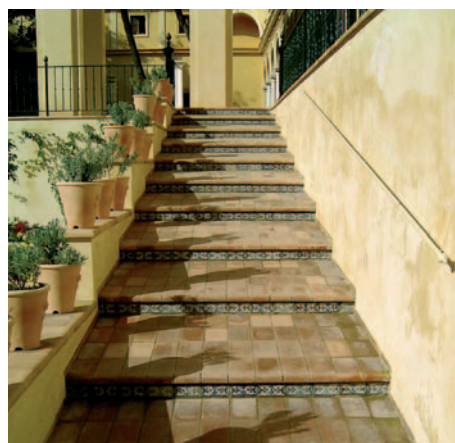
- D. En la zona M del suelo aparece un embaldosado con olambrillas. ¿Qué tanto por ciento de la superficie queda cubierta por olambrillas en este tipo de solado? Pista: debes encontrar una figura base que genere todo el embaldosado al repetirla en las dos direcciones del plano, y calcular el tanto por ciento pedido en esa figura base.
- E. Si se cubriera el estanque con una cubierta semicilíndrica, ¿qué superficie total tendría esa cubierta?



FUENTE DE LAS FLORES
JARDÍN DE LAS FLORES

- F. Calcula la capacidad de la pileta cuadrada que rodea la fuente en el suelo. Acuérdate de quitar el volumen del apoyo que sostiene la fuente.
- G. Calcula la escala numérica del plano de la fuente.
- H. Halla el radio de la pila circular de la fuente. Fíjate que no podemos medirlo directamente, ya que el centro no es accesible. ¿Cómo lo harías?
- I. Halla el área, en el plano, de la región limitada por la circunferencia de la fuente y el cuadrado más exterior de los que la rodean. ¿Cuál sería esa superficie en la realidad?
- J. Halla la razón de semejanza entre el cuadrado más interior y el cuadrado más exterior que rodean a la fuente en el plano.
- K. Teniendo en cuenta lo visto sobre el suelo de este jardín en la cuestión D anterior, ¿cuántas olambrillas necesitaríamos, aproximadamente, para solar con este tipo de embaldosado una zona rectangular de 5 metros por 3 metros?
- L. Clasifica los arcos que se ven en este jardín.
- M. Busca algún rectángulo de proporción áurea y otro de proporción cordobesa.

- N. Toma las medidas necesarias y realiza un plano a escala del perfil de la escalera que viene del Jardín del Príncipe. Debes elegir la escala de forma que el dibujo quepa en un papel tamaño A4. Halla también el ángulo de bajada de la escalera.



4.10.6. Jardín del Príncipe

Su nombre se debe al nacimiento en 1478 del príncipe Juan, hijo de los Reyes Católicos, en una habitación, la llamada cuarto del Príncipe, que abre hacia este jardín desde el palacio del Rey Don Pedro.

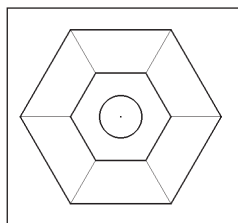


Fue remodelado varias veces en los reinados posteriores. En tiempos de Felipe II todavía se veían desde aquí los barcos en el río.

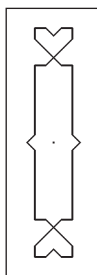
En la foto vemos la galería con arcos que comunica este jardín con el de las Flores hacia el sur. Tiene una fuente central y está estructurado en cuatro cuadrantes delimitados con setos. Por el lado norte se accede a una serie de dependencias y patios, algunos de los cuales fueron vivienda del Asistente de Sevilla Pablo de Olavide en el siglo XVIII.

- A. Aquí tienes la fuente del centro del jardín y un esquema dibujado con Cabri. Toma las medidas necesarias para contestar a las siguientes cuestiones.

1. Halla el área de la zona comprendida entre los dos hexágonos.
2. Calcula la razón de semejanza entre los dos hexágonos.
3. Estima la capacidad del pequeño estanque hexagonal alrededor de la fuente.
4. ¿Qué ángulos forman entre sí las diagonales que salen de un mismo vértice en un hexágono regular?



B. A continuación tienes la foto de un detalle de la reja de la puerta que comunica el palacio del Rey Don Pedro con este patio. Al lado tienes una figura geométrica dibujada con Cabri.



1. ¿Qué movimientos hay que realizar con la figura de la izquierda para generar el rosetón de la reja?
2. Clasifica dicho rosetón.
3. Toma las medidas necesarias para calcular el área y el perímetro de la pieza generadora.
- 4.- ¿Qué simetrías tiene la pieza generadora?
5. Dibuja dicha pieza con regla y compás a una escala que permita hacerlo en un folio tamaño A4.

C. En la parte inferior de la reja tienes también otro rosetón generado de forma similar. Esta es la foto. Encuentra y dibuja la pieza generadora en este caso. Contesta también las mismas cuestiones que en el ejercicio anterior



D. Calcula la altura de la fachada más alta de las que rodean el jardín, usando uno de los procedimientos indirectos explicados en el apéndice F.



E. Clasifica los arcos (Apéndice A) que se ven desde este jardín.

F. Busca rectángulos de proporciones especiales (Apéndice B), utilizando las plantillas correspondientes.

4.10.7. Jardín de las Damas

El Jardín de las Damas fue creado en el siglo XVI para celebrar las bodas del Emperador Carlos V con la infanta Isabel de Portugal. Fue ampliado posteriormente y actualmente limita al norte con los del

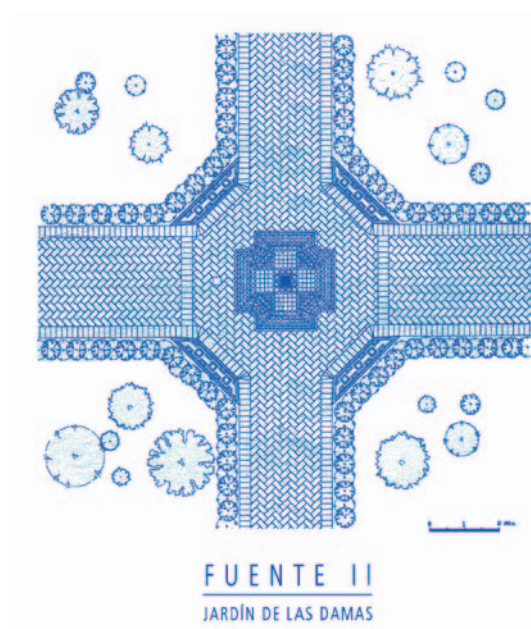


Danza y del Estanque de Mercurio, al sur con el del Cenador, al este con la Galería del Grutesco y al oeste con el llamado de la Cruz.

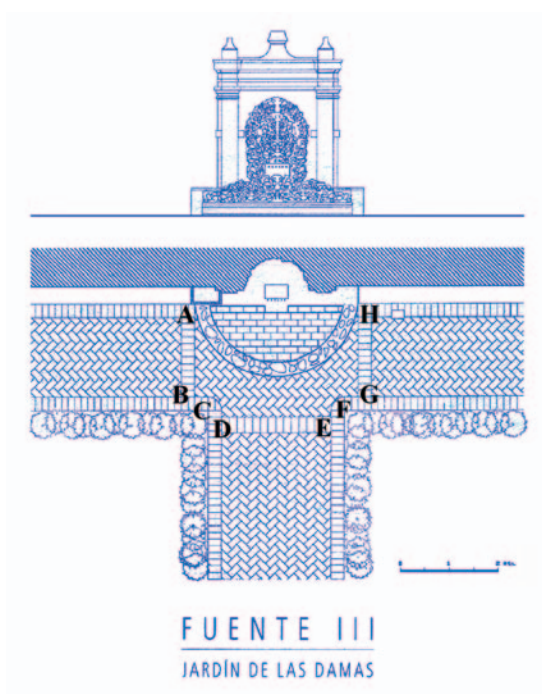
En el siglo XVII el jardín estaba adornado con numerosos setos de mirto y boj que, cuidadosamente podados y complementados con plantas de los colores adecuados, mostraban los emblemas heráldicos de la casa real española. También había figuras mitológicas, entre ellas tres diosas, Hera, Atenea y Afrodita, y la reina Helena de Troya. A estas “damas” debe su nombre el jardín que, en aquel tiempo, no tenía árboles.

En el suelo, y en distintos lugares del jardín, es posible ver pequeños agujeros por donde salían chorritos de agua, hasta un número próximo a mil, cuya apertura controlada permitía dar un bello y refrescante espectáculo. Hay varias fuentes-grutas, siendo la más notable la que se encuentra en el lado oriental, integrada en la Galería del Grutesco, y llamada Fuente de la Fama (foto de la derecha), que escondía una especie de órgano hidráulico cuyos “pitos” emitían acordes musicales con el paso del agua a presión.

- Calcula los litros de agua que caben en el pequeño estanque que rodea al surtidor.
- Calcula el volumen de uno de los bancos que están en esta glorieta.
- Calcula la superficie de las paredes interiores del estanque. Si quisiéramos cubrir esas paredes con pequeñas losetas de 3×3 , ¿cuántas necesitaríamos?
- Dibuja a escala el contorno del estanque. Hazlo a una escala tal que quepa en un folio tamaño A4. Coloca en el dibujo una circunferencia circunscrita a la planta del estanque central. Halla el área comprendida entre esa circunferencia y el borde del estanque.
- Dibuja un hexágono regular circunscrito a la circunferencia del apartado anterior y halla su perímetro y su área.



- Calcula de forma aproximada los litros de agua que caben en el pequeño estanque de forma semicircular que rodea la fuente.
- ¿Qué tiempo se tardaría en llenar el estanque con todos los surtidores abiertos, si cada uno vierte 4 litros por minuto?



H. Estudia si en alguno de los elementos de la fuente o de su pórtico se dan proporciones especiales (Apéndice B).

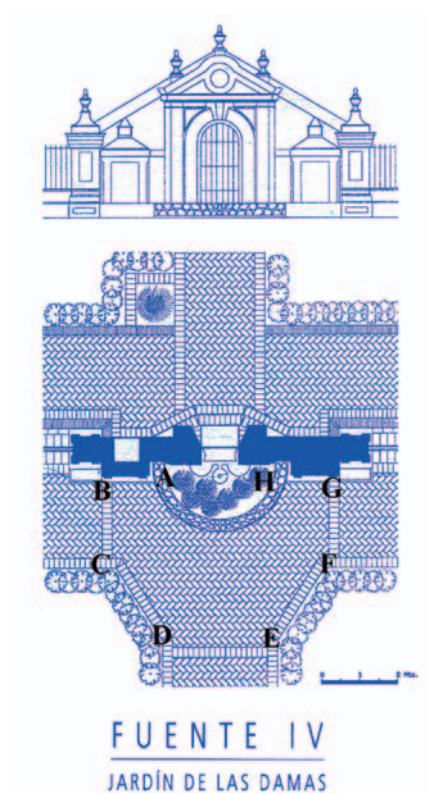
L. Calcula el área de la zona ABCDEFGH del suelo que rodea el estanque.



J. Halla la capacidad del pequeño estanque que rodea la fuente.

K. Calcula la altura máxima del pórtico posterior de la fuente y la altura de la que cae el agua, utilizando alguno de los métodos indirectos del apéndice F.

L. Calcula la superficie de la zona ABCDEFGH que rodea la fuente. Ten en cuenta que lo que se mete la fuente en esa zona corresponde a menos de un semicírculo.

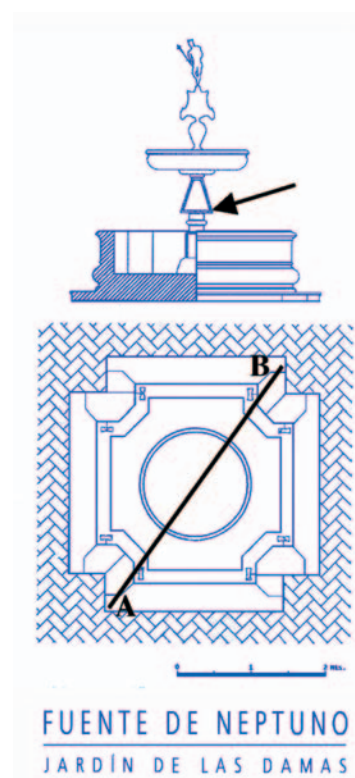


M. ¿Qué figura plana forma la superficie del hueco donde se encuentra la cabeza de la que mana el agua? ¿Podrías estimar su área?

N. Estudia si en alguno de los elementos de la fuente o de su pórtico hay proporciones especiales (Apéndice B).



- O. Halla la capacidad del pequeño estanque que rodea la fuente.
- P. Calcula la altura de la fuente utilizando alguno de los métodos indirectos del apéndice F.
- Q. Halla la escala numérica del dibujo y de la foto de la fuente.
- R. ¿Qué porcentaje representa el área del círculo central del dibujo respecto del área total de la base de la fuente?
- S. Calcula la longitud de la diagonal AB en la realidad.
- T. Calcula también el volumen del tronco de cono señalado en el dibujo.



Esta estrella octogonal entrelazada la encontramos en el suelo del Jardín de las Damas al entrar desde el Jardín de la Cruz. Pueden observarse en la foto los agujeros sobre las pequeñas losetas cuadradas azules. Por ahí salían chorritos de agua.

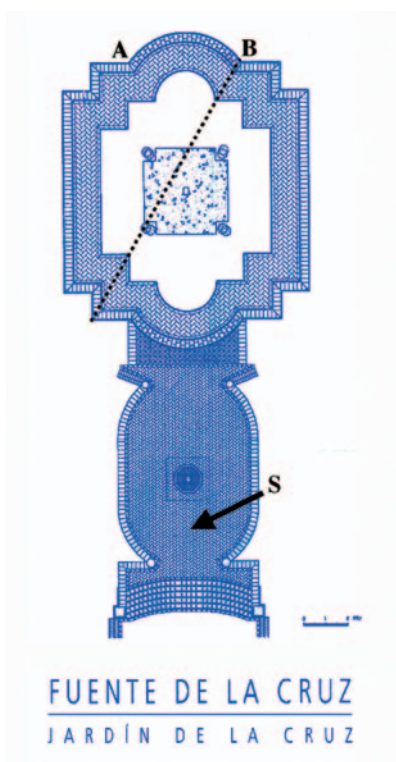
- U. Realiza un dibujo a escala de la estrella, y del círculo que la rodea, sobre papel y coloréalo. Señala y nombra todos los polígonos y otras figuras que veas en el dibujo.
- V. Prescindiendo de las irregularidades y desperfectos de los ladrillos y de los colores, clasifica la figura real como un rosetón. En el dibujo siguiente, hecho con Cabri, tienes un esquema de la figura. Si clasificas como rosetón este dibujo, ¿habrá alguna diferencia con respecto a la clasificación hecha con la figura real? Si la hay, explica cuál es y a qué se debe.
- W. En el dibujo adjunto del rosetón hay ocho cuadriláteros iguales. Señálalos y calcula su área.
- X. Fíjate en el octógono estrellado más interior. Tiene una ligera diferencia respecto a la mayoría de los octógonos estrellados regulares que se encuentran en muchos sitios del Alcázar. ¿Cuál es esa diferencia? Calcula también su área descomponiéndolo en triángulos y aplicando la fórmula de Herón.
- Y. Señala en este dibujo-rosetón el motivo mínimo que lo genera mediante giros.



4.10.8. Jardín de la Cruz

El Jardín de la Cruz es también llamado del Laberinto o Nuevo o de Alfonso XIII. Este jardín se creó en el siglo XVII por deseo expreso del rey Felipe IV, y contenía un intrincado laberinto de vegetación, del que nada queda salvo el estanque central, con los restos del montículo y de la gruta, que estuvieron adornados en su día con figuras de la mitología clásica y múltiples surtidores de agua, y que representarían al Monte Parnaso.

El primitivo laberinto, que rodeaba el estanque, fue trasladado a su actual emplazamiento por orden del rey Alfonso XIII "por razones de moral, pues desde los balcones del palacio se veían escenas un tanto deshonestas".



- Estima los litros de agua que caben en el estanque suponiendo una profundidad de 1 metro.
- Sitúa en el dibujo el centro del arco AB y mide su número de grados.
- Calcula la superficie de la zona embaldosada de espigas que rodea el estanque.



- Estima la superficie de la zona embaldosada de espigas S dividiéndola en fragmentos adecuados.
- Calcula la longitud en la realidad del segmento punteado que cruza el estanque en el gráfico.
- Halla la escala numérica a la que está hecho el gráfico del estanque. Utilízala para hallar la longitud real de la diagonal de la base del montículo del centro.

G. En la foto de la derecha ves la fuente con pileta que se encuentra en el centro de la zona S del gráfico. Halla el área y la longitud de la diagonal mayor del octógono más exterior entre los que rodean la pileta.

H. Estima la capacidad en litros de la pileta.

I. Halla la razón de semejanza entre el octógono más interior y el más exterior de los que aparecen alrededor de la fuente.



J. En el nivel del suelo los dos octógonos más exteriores encierran una especie de friso que se cierra sobre sí mismo. Suponiendo que uno de los lados se prolongara indefinidamente en línea recta, tendríamos un friso lineal. Clasifícalo (Apéndice C) prescindiendo de los colores y hállele un motivo mínimo y dibújalo.

K. Realiza en Cabri un esquema, a escala y coloreado, del embaldosado que rodea esta fuente. Observa que es distinto del que aparece en el gráfico a escala de la fuente.

4.10.9. Jardín Inglés

Está situado en terrenos de la antigua huerta de la Alcoba. A principios del siglo XX, después de la decisión de Alfonso XIII de no arrendar más las huertas que quedaban en el Alcázar, se encargó el ajardinamiento de esta zona al jardinero mayor de la Real Casa de Campo, Juan Gras.

Esta huerta se transformó en un jardín radicalmente distinto a los otros jardines del Alcázar. Es de estilo inglés y presenta una imagen natural y paisajista. Sus caminos son irregulares, los árboles no tienen orden aparente y desaparecen los setos y las líneas rectas. En este apacible jardín encon-



tramos gran variedad de árboles: haya, ciprés, pino canario, cedro, encina, roble, laurel, araucaria, árbol del amor,... Destaca entre ellos, por su rareza y por su belleza, el ginkgo, con sus hojas en forma de abanico. Se trata de una auténtica reliquia biológica, especie superviviente de la era Secundaria, que ha llegado a nuestros días por ser cultivado como árbol sagrado en los monasterios chinos y japoneses.



- A. ¿Cuánta agua cabe en el pequeño estanque circular que rodea la pila central? Piensa primero como podrías hallar su radio, ya que no puedes medirlo completo directamente por culpa de la base de la pila central.
- B. ¿Cómo localizarías el centro y calcularías el radio con el que está trazado cada uno de los arcos que limitan la figura del dibujo azul? Hazlo.
- C. Halla la escala numérica del dibujo.
- D. Estima el área de esa figura triangular de lados curvos. Hazlo utilizando un papel milimetrado transparente y luego pasando a la medida real con la escala numérica. Hazlo también circunscribiéndole un polígono “ajustadito”.



- E. Si circunscribimos un triángulo equilátero a la figura total, ¿qué perímetro y área tendría? ¿Y si circunscribimos una circunferencia?
- F. Halla el área de los trapezios con plantas que se encuentran cerca de los vértices.
- G. Calcula la altura de la muralla en alguna zona del Jardín Inglés utilizando alguno de los métodos indirectos del apéndice F.
- H. Localiza un cedro y calcula su altura como en la actividad G.
- I. Ídem con el ginkgo. Ídem con una araucaria. Etc.
- J. Elige una parcela-isla de césped y toma las medidas necesarias para calcular su superficie mediante una triangulación. Haz un esquema a escala.

4.10.10. Jardín del Cenador

También es llamado Jardín del León y Jardín del Pabellón de Carlos V. Limita al norte con el Jardín de las Damas, al sur con el laberinto actual, al este con la Galería del Grutesco y al oeste con el Jardín Inglés.

En este jardín se conservan dos cenadores de los tres que llegaron a construirse. El más antiguo, Cenador de Carlos V, fue edificado, por deseo del emperador, a bastante distancia del palacio, en medio de un apacible naranjal y sobre una antigua qubba musulmana del siglo XII. Está ricamente decorado con azulejos de Triana y en el centro del espacio interior hay una fuente de mármol que refresca el ambiente.



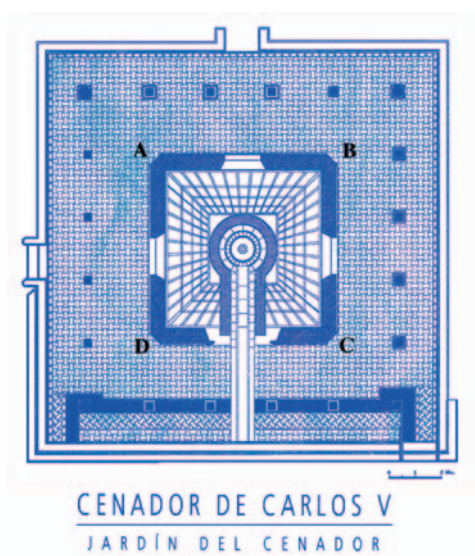
En el siglo XVII, bajo el reinado de Felipe IV, se reordenó todo el espacio para formar estos jardines y se edificó el Cenador del León. Este pabellón, con cúpula semiesférica, se encuentra junto a un estanque con una fuente en la que se vierte el agua desde las fauces de un león.

- ¿Cuánta agua cabe en el pequeño estanque octogonal que rodea el surtidor?
- Ese pequeño estanque o pileta está rodeado por un bordillo octogonal de una cierta anchura. Calcula la superficie superior de ese bordillo.
- En la glorieta que rodea la fuente hemos dibujado una figura a trazos. Podemos imaginarnos como la unión de un rectángulo y dos segmentos circulares. ¿Dónde está el centro de esos segmentos circulares? ¿Qué radio y número de grados tienen esos segmentos circulares? Halla el perímetro y el área de la figura dibujada a trazos.
- El embaldosado alrededor de la pileta está hecho con un sólo tipo de ladrillo rectangular. ¿A qué proporción especial (Apéndice B) corresponde este rectángulo? Describe los movimientos que necesitamos aplicar a ese rectángulo para generar el embaldosado. Utilizando esos movimientos y el programa Cabri, dibuja una región embaldosada de esta forma.





- E. Busca si hay proporciones especiales (Apéndice B) en los elementos de planta o alzado de este cenador, o en el estanque.
- F. Calcula la superficie de la lámina de agua y la de la zona embaldosada a modo de espigas que rodea el estanque. Ten en cuenta el elemento circular que ocupa parte de la superficie del estanque, introduciéndose también en el embaldosado de espigas.
- G. Calcula cuántos litros de agua caben en el estanque.
- H. Utilizando alguno de los instrumentos de medición indirecta de alturas (Apéndice F), calcula la del punto más alto del cenador.
- I. Averigua la escala numérica a la que está hecho el plano y utilízala para calcular la misma altura del apartado anterior.
- J. Utilizando alguno de los instrumentos de medición indirecta de alturas (apéndice F) calcula la del punto más alto del cenador

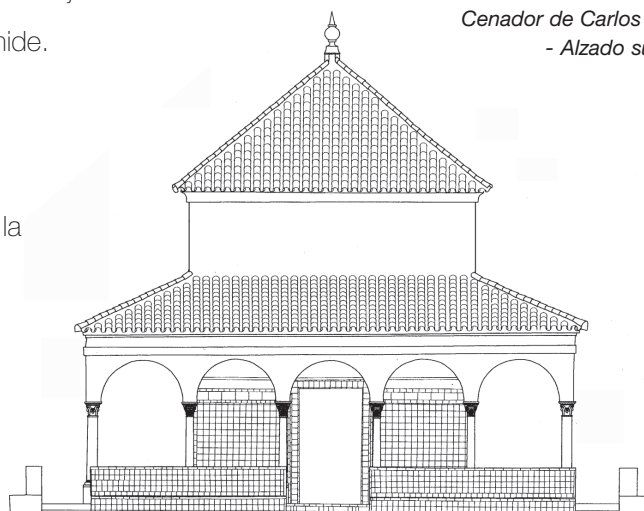


- K. Encuentra un motivo mínimo en forma de rectángulo que sea capaz de generar el tipo de emba-
dosado que aquí encontramos. Encuentra otro motivo generador que no sea un rectángulo.
- L. Halla la superficie del casi-cuadrado ABCD, que corresponde a la planta del cenador
- M. ¿A qué escala numérica está hecho el dibujo?
- N. El tejado superior tiene forma de pirámide.
Estima su volumen.

Actividad Ñ

Utilizando la escala gráfica del centro de la
página tienes que hallar:

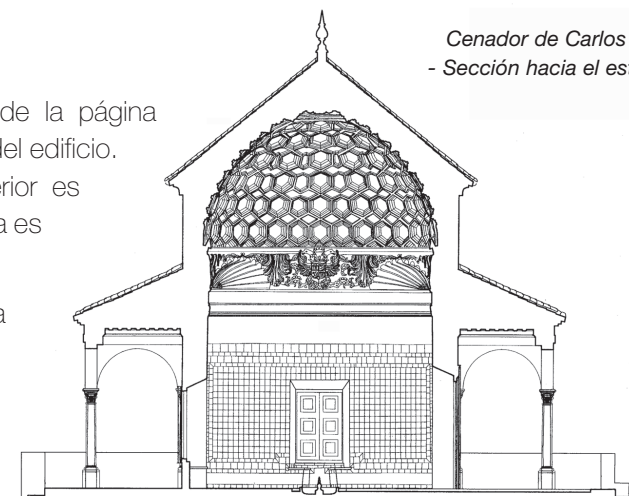
1. Altura real de las columnas.
2. Altura real de la puerta.
3. Radio real de los arcos.
4. Altura real del edificio.
5. Superficie de la pared que se
encuentra entre los dos tejados.



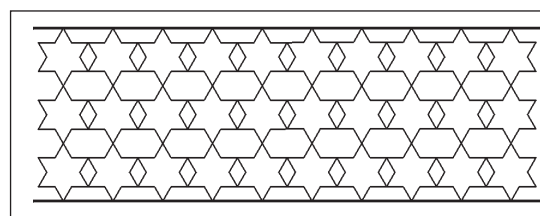
Actividad O

Utilizando la escala gráfica del centro de la página
debes estimar el volumen del espacio interior del edificio.
Supondremos que la planta del recinto interior es
cuadrada y que la bóveda interior que lo remata es
una semiesfera.

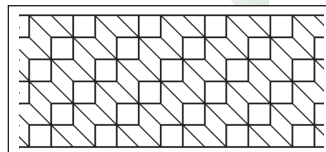
- P. Aquí tienes una foto de la pared externa
del Cenador de Carlos V, donde pode-
mos ver un friso de cerámica con
estrellas, y un esquema del mismo
hecho con el programa Cabri.



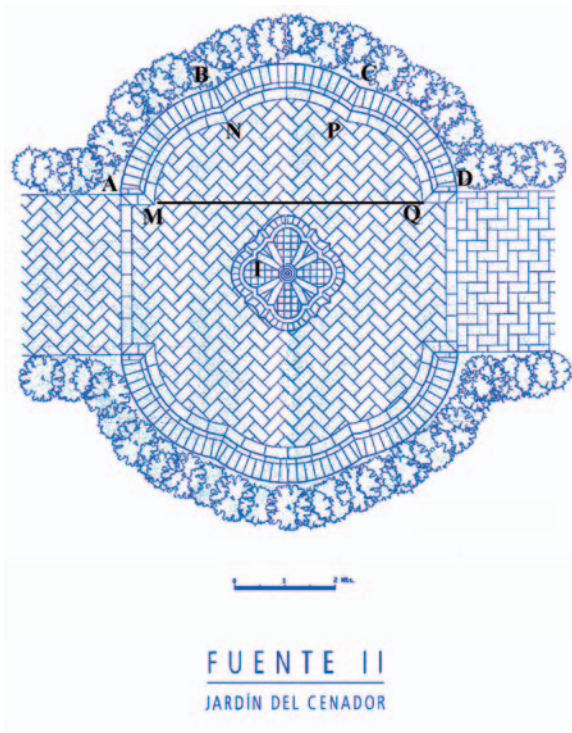
1. Nombra los cuatro polígonos que
se ven en este friso. Con un sólo dato, que debes obtener tomando una cierta medida en
el friso, se pueden hallar las áreas de los cuatro polígonos. Hállalas.
2. Sin tener en cuenta los colores, ¿qué tipo de friso es (Apéndice C)?
3. Imaginando que el friso fuera un mosaico que se extendiera en todas direcciones, y sin con-
tar con el color, encuéntrale un motivo mínimo que lo genere con traslaciones, y también un
paralelogramo fundamental (Apéndice E).
4. Explica que secuencia siguen los colores en el friso.



Q. Y aquí otra vista del exterior del cenador, donde nos hemos fijado en un mosaico del respaldo de un banco.



1. Identifica los polígonos que aparecen en este mosaico del banco.
2. Halla un motivo mínimo y un paralelogramo mínimo, sin tener en cuenta el color y teniéndolo en cuenta, que generen por traslaciones el mosaico.
3. Realiza en Cabri el esquema del mosaico y coloréalo.



R. Localiza en el dibujo, mediante regla y compás, los centros de los arcos AB, BC y CD. Los de AB y CD te deben salir, con bastante aproximación, sobre el segmento MQ. Comprueba que esos centros lo son también de los arcos MN, NP y PQ.



S. Calcula la superficie de la región MNPQ sobre el dibujo y después, utilizando la escala gráfica, calcula esa misma área en la realidad. Pista: utilizando los centros hallados en el apartado anterior puedes descomponer esta región en tres sectores y tres triángulos.

T. La región I de la zona central puede verse como la unión de un semicírculo y un trapecio isósceles. Halla su área en el dibujo y en la realidad.

4.10.11. Jardín de los Poetas

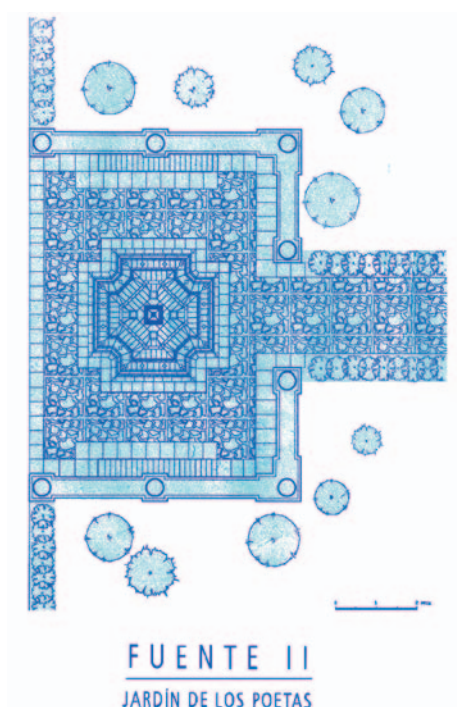
Este jardín se crea ya en el siglo XX, siendo conservador del Alcázar D. Joaquín Romero Murube. Su estilo es muy semejante al empleado por el paisajista Forestier en el Parque de María Luisa.

Está presidido por dos alargados estanques frente a la puerta del Privilegio de la Galería del Grutesco. Entre los estanques se encuentra una fuente que procede de un convento de Sanlúcar la Mayor. Se incluyen aquí, hacia el sur, todos los jardines hasta la muralla y la puerta que se abre hacia el Prado de San Sebastián. Hacia el norte limita con el Jardín del Retiro, también llamado del Marqués de la Vega Inclán.



- Calcula la superficie de uno de los estanques laterales.
- Estima la cantidad de agua en metros cúbicos que cabe en cada estanque.
- La fuente central posee un estanque circular. Estima su capacidad.
- El mencionado estanque circular se encuentra en el interior de un recinto cuadrado. ¿Qué porcentaje de la superficie del recinto ocupa el estanque?
- ¿Sería posible situar en el interior de ese recinto cuadrado un hexágono regular de $3'5 \text{ m}^2$ de superficie? ¿Qué área tendría el hexágono de mayor área que podría inscribirse en ese recinto?
- Estima el volumen y el peso de una de las columnas de mármol de los estanques laterales. Debes enterarte de la densidad del mármol.

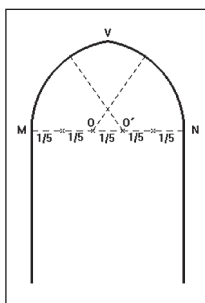




- G. Calcula la superficie de la lámina de agua del pequeño estanque que rodea al surtidor, si estuviera lleno. ¿Cuántos litros de agua caben en ese estanque?
- H. ¿Qué porcentaje representa la superficie obtenida en el apartado A respecto al área total del recinto rectangular donde se encuentra la fuente?



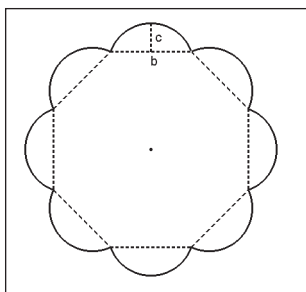
- I. ¿A qué escala está hecho el plano de la fuente?
- J. Si dibujamos un hexágono circunscrito al estanque, ¿qué perímetro y qué área tendría ese hexágono?
- K. En la foto adjunta ves, desde dentro, la puerta que da hacia el Prado de San Sebastián por uno de los extremos de los jardines de Catalina de Ribera. Presenta unos arcos de tipo ojival con centros, O y O', a tres quintos y dos quintos de los puntos de apoyo M y N.
1. Dibuja y recorta en cartulina una plantilla de este arco ojival, utilizando regla y compás. Toma 16 cm para medida del segmento MN de la plantilla. Comprueba, con el procedimiento explicado en el apéndice A, que los arcos de la puerta se ajustan a esa plantilla.
 2. Calcula la longitud de la "flecha" del arco más grande que ves en la puerta. Pista: debes medir el segmento MN de la realidad y aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo convenientemente elegido.
 3. Calcula la longitud real de los dos arcos de circunferencia que forman el arco más grande de la puerta. Pista: debes aplicar trigonometría en el mismo triángulo rectángulo que sirve para la cuestión anterior.
 4. Halla la superficie cubierta por la reja bajo el arco más pequeño.



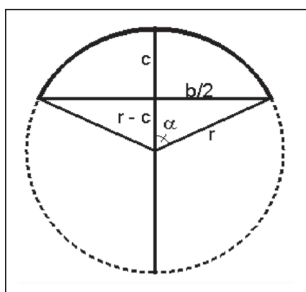
L. Muy cerca de la muralla y de la puerta anterior se encuentra el estanque de las fotos siguientes.



Calcula su capacidad y clasifica el friso que lo rodea. Encuentra también el motivo mínimo del friso y un elemento generador del motivo.



M. En algún lugar de este jardín encontrarás el bloque que ves en la siguiente foto. Búscalo. Aparece un león dentro de una especie de octógono en el que los lados han sido sustituidos por arcos. Debes calcular su área y su perímetro.



Si los arcos fueran semicircunferencias, nos bastaría con medir el lado del octógono b , cuya mitad sería el radio del arco. Por tratarse de arcos menores que una semicircunferencia, necesitaremos conocer su amplitud en grados y el radio con el que está trazado. Para eso mediremos también la flecha c , y podremos aplicar el teorema de Pitágoras para hallar el radio r , tal como puedes ver en la figura adjunta. Luego la trigonometría te ayudará a obtener el valor de a .

4.10.12. Jardín del Retiro o de la Vega Inclán



Está situado en terrenos de la antigua Huerta del Retiro en los que albercas y norias sostenían un sistema de riego tradicional. Hoy podemos contemplar una pérgola, el llamado Cenador de la Parra, en el lugar que se ubicaba una antigua noria. Esta zona fue ajardinada a principios del siglo XX, por orden del rey Alfonso XIII y a instancias de D. Benigno de la Vega y Fratel, segundo marqués de la Vega Inclán y alcaide de los Reales Alcázares. Se trata de un jardín geométrico de calles paralelas y perpendiculares, con fuentes en las intersecciones, muchas de ellas comunicadas entre sí por canalillos. En los parterres hay una gran variedad de vegetación: frutales, árboles propios de la región mediterránea, árboles exóticos, una gran variedad de plantas propias de jardines con flores y sin flores, etc.



Limita al sur con el Jardín de los Poetas y al oeste con la Galería del Grutesco. Se sale de este jardín, hacia la zona de edificios, por la Puerta de Marchena, pieza del siglo XV, de estilo gótico isabelino, procedente del palacio de los duques de Arcos en Marchena y adquirida por Alfonso XIII en la subasta de los bienes de la Casa de Osuna.



A. Este plano corresponde a la planta del Cenador de la Parra.

1. Fíjate en el suelo (en el plano) y halla el área de la corona circular en la que se encuentran los bancos.
2. Si se convirtiera el cenador en una habitación techada



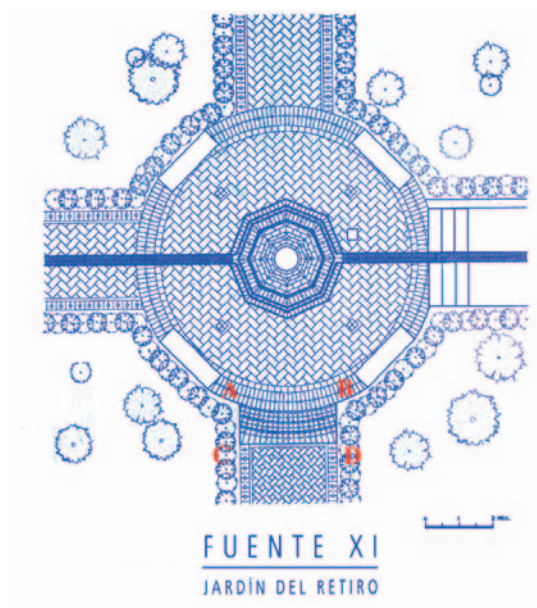
y cerrada con el techo a la altura de las parras, ¿qué volumen tendría?

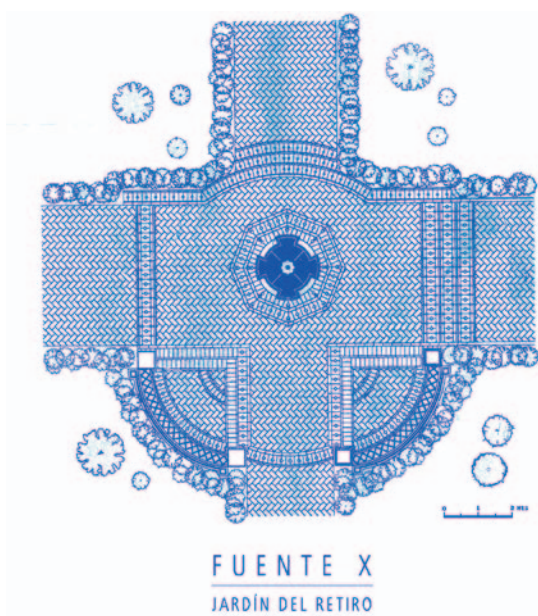
3. Si las paredes y el techo de esa habitación fueran de cristal, ¿qué cantidad aproximada de cristal, en metros cuadrados, necesitaríamos?
4. Halla el volumen de una de las columnas exteriores.
5. ¿Cuál sería la longitud del palo recto de mayor longitud que podríamos meter en esa habitación?

6. Si se unieran entre sí las bases de las columnas más interiores obtendríamos un nonágono regular. ¿Cuántas estrellas regulares distintas de nueve puntas podríamos dibujar en ese nonágono? Dibújalas y calcula los ángulos que formarían sus puntas.

B. Este jardín tiene una estructura reticulada de “calles” que se cortan en perpendicular. En la mayoría de los cruces se sitúan una serie de variadas fuentes. El plano de arriba corresponde a la intersección más cercana a la Puerta de Marchena.

1. ¿A qué escala numérica está dibujado este plano? ¿Y la foto de la fuente? (cuidado con la perspectiva al elegir qué mides en la foto).
2. Indica cinco figuras geométricas que estén en el plano, defínelas y escribe sus fórmulas importantes. Dibújalas a una escala un 50 % mayor que la del plano.
3. Calcula el área de la región comprendida entre el octógono mayor del suelo y la circunferencia que pasa casi tangente a los bancos.
4. Halla el área del cuadrilátero curvo ABCD. Pista: necesitas saber la medida en grados del arco AB.
5. Calcula la capacidad de esta pileta octogonal.
6. Halla la superficie de la parte superior del murete octogonal que forma la pileta.

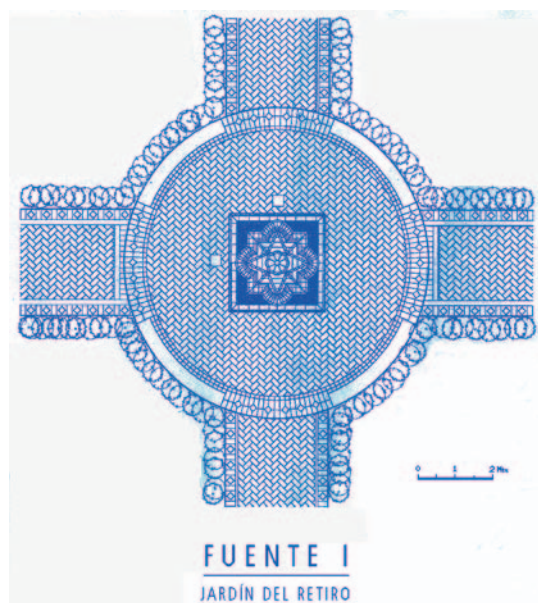




C. Desplazándonos desde la fuente anterior hacia el este, nos encontramos esta otra fuente con pileta a ras del suelo.



1. Indica cinco figuras geométricas presentes en este plano, defínelas y escribe las fórmulas de sus áreas. Dibújalas a una escala un 120 % mayor que la del plano.
2. Rodeando la fuente hay dos polígonos regulares semejantes. ¿Cuáles son? Explica por qué son semejantes y halla su razón de semejanza. Halla también sus perímetros y el área comprendida entre ellos.
3. ¿A cuántos grados corresponden cada uno de los segmentos de corona circular que forman los maceteros alrededor de la fuente?
4. Calcula la superficie de la región que queda al quitar al círculo de la pileta el área que corresponde a los cuatro maceteros.
5. Suponiendo que la pileta alrededor de la fuente, en el suelo, está llena de agua hasta el borde, calcula aproximadamente el volumen de agua que contiene.



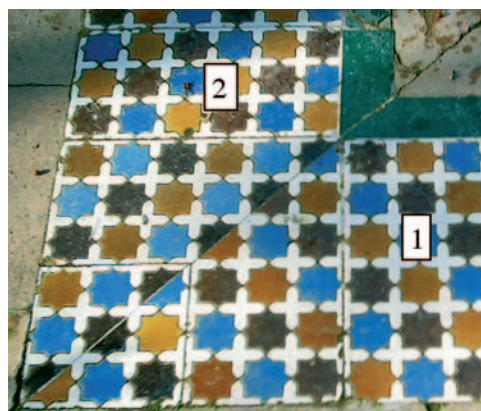
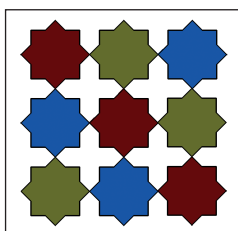
D. Esta fuente es la más cercana de este jardín a la Puerta del Privilegio en la Galería del Grutesco.

- 1 ¿A qué escala está la fuente en la foto? Ten en cuenta que, debido a la perspectiva, no vale cualquier medida tomada en la foto para compararla con la realidad.



2. Indica cinco figuras geométricas sencillas en el plano, defínelas y escribe las fórmulas de sus áreas. Dibújalas a una escala un 80 % mayor que la del plano.
 3. Calcula el volumen, en litros, del pequeño estanque situado en el suelo alrededor de la fuente, tomando previamente las medidas necesarias.
 4. ¿Qué porción del círculo enlosado (mira el plano) ocupa el cuadrado que rodea la fuente? Expresa el resultado de forma aproximada utilizando una fracción entre números enteros y utilizando un porcentaje.
 5. Halla el volumen de uno de los bancos.
 6. Fíjate en el suelo y en el plano, y halla el área de la corona circular en la que se encuentran los bancos.
 7. Dibuja en Cabri, a escala, la planta de la pileta que rodea la fuente anterior. Clasifica dicho dibujo como rosetón (Apéndice D).
- E. En la foto siguiente tienes un detalle del mosaico que rodea la fuente anterior, y a su lado un esquema de la estructura hecho en Cabri.

1. En la foto puedes ver dos losas iguales de 3×6 estrellas octogonales cada una. Encuentra los dos movimientos simples que llevan la losa 2 hasta la posición de la losa 1 manteniendo los colores en las mismas posiciones.



2. Prescindiendo del color, halla un paralelogramo mínimo generador de este mosaico (Apéndice E) y señálalo en el esquema de la derecha.
3. Halla la relación exacta que existe entre el perímetro de la estrella octogonal y el de la cruz. Ídem con las áreas. (Considera, por ejemplo, que todos los lados de la estrella y de la cruz miden 1 cm).



- F. En esta foto tienes una especie de escudo que puedes encontrar en el suelo de este jardín.

1. Fíjate en todas las piezas que hay desde el mayor cuadrado azul, incluido éste, hacia el centro. Verás cuadrados, triángulos, rectángulos y trapecios. Identifícalos, mide sus lados y di si hay entre ellos polígonos semejantes.
2. Encuentra un movimiento que transforme esta figura en sí misma.



- G. Puedes encontrar esta fuente cerca ya del límite este del jardín.

1. Realiza un dibujo a escala de la planta de la pileta alrededor de la fuente.
2. Halla el área de la figura anterior, en el dibujo y en la realidad.
3. ¿Cuánta agua cabe en la pileta?

H. Las dos fotos siguientes corresponden al suelo alrededor de una de las fuentes de este jardín, la de la izquierda, y al fondo de un canalillo cercano al Cenador de la Parra, la de la derecha. En ambas tenemos mosaicos que siguen la misma estructura.

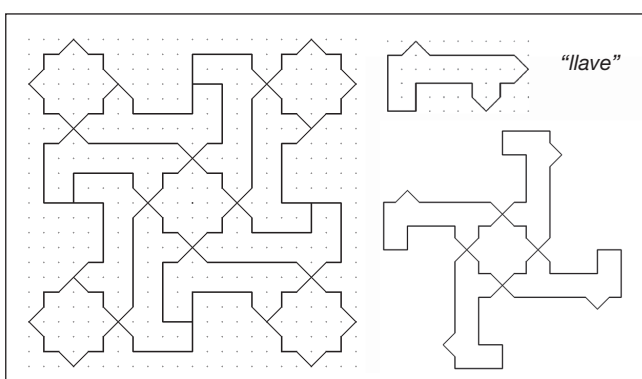


Dicha estructura se basa en dos formas: un octógono estrellado no regular y otra figura que, por su apariencia, llamaremos "llave". En el siguiente dibujo izquierdo tienes esa estructura, sin colores y sobre una cuadrícula de puntos.

1. Suponiendo que la cuadrícula base del dibujo anterior es de 1 cm, halla el perímetro y el área de la "llave" y del octógono.

2. ¿Cuál es la menor distancia entre los centros de dos octógonos cualesquiera?

3. Utilizando sólo giros y traslaciones, describe cómo pasaría cada una de las ocho "llaves" que rodean el octógono central del dibujo a la posición de cualquiera de las otras. Describe cada giro diciendo su centro y su ángulo, y cada traslación diciendo cuál es su vector.



4. La figura de la derecha, formada por un octógono estrellado y cuatro "llaves", es un "motivo mínimo" de esta estructura de mosaico. Es decir, trasladándola repetidamente según dos ciertas direcciones puede generar el mosaico completo. ¿Cuáles son esas dos direcciones y cuáles son los vectores de traslación mínimos?

5. Encuentra un paralelogramo mínimo o fundamental de este mosaico.

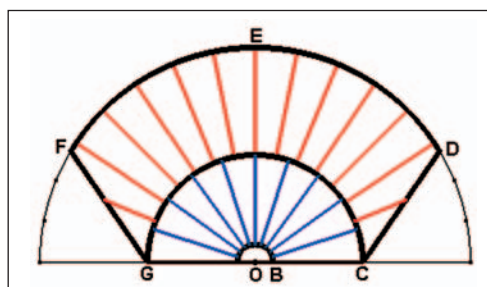
6. Tomando una cuadrícula base de 2 cm, dibuja y recorta en cartulina uno de esos octógonos estrellados y una "llave". Como ya habrás visto, la llave tiene una superficie mayor que la estrella octogonal. Encuentra una forma de cortar la llave con cortes rectos de tijera en varias piezas, de forma que con tres de las piezas cortadas se forme la estrella octogonal.

I. La única intersección de calles de este jardín donde no hay una fuente está ocupada por un mosaico. En las dos siguientes fotos podemos ver la parte central de ese mosaico y un detalle de uno de sus extremos.

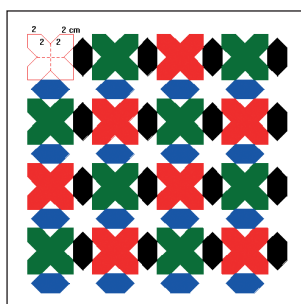


1. La figura central (foto de la izquierda) es un rosetón. Encuentra todos los movimientos que lo convierten en sí mismo y clasifícalo como rosetón.

2. La foto de la derecha corresponde a otra parte del mosaico. De forma aproximada, podemos imaginar la estructura de esta zona como la del dibujo adjunto. En él vemos tres semicircunferencias de radios OB , OC y OE , que podemos medir directamente en el suelo. Los segmentos rojos delimitan sectores de corona circular entre la semicircunferencia de radio OC y la de radio OE . Calcula el ángulo central que corresponde a esos sectores, así como su área y su perímetro.



3. Calcula lo mismo que en el apartado anterior, pero con los sectores de corona de lados azules.
4. Fíjate en el segmento CD del dibujo y supón que, manteniendo fijo el punto C , movemos el punto D a lo largo de la semicircunferencia mayor, sin que el segmento CD llegue a cortar a la semicircunferencia donde se encuentra C . ¿En qué posiciones se obtendrían la longitud mayor y la longitud menor del segmento CD ? ¿Cuáles serían esas longitudes extremas?
5. Si los segmentos GF y CD fueran perpendiculares al segmento GC , ¿cuál sería el área del trozo de corona circular limitado por esos dos segmentos y que contendría a todos los segmentos rojos?

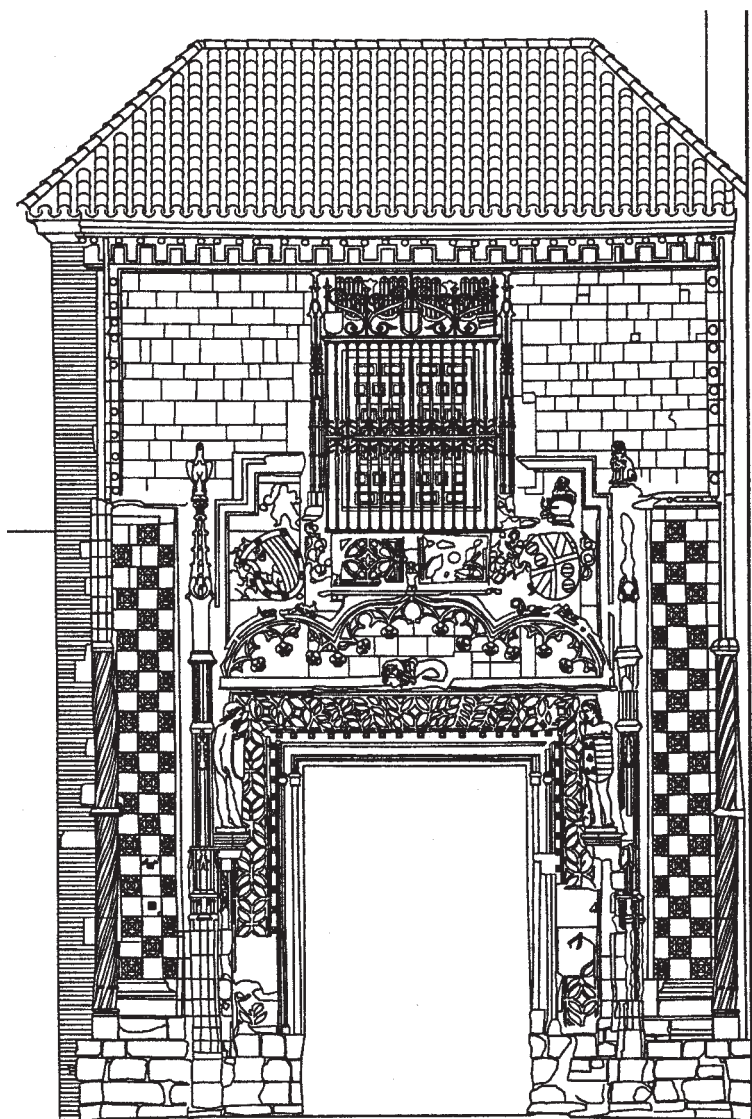


J. Busca en el Jardín del Retiro la fuente correspondiente a la siguiente foto.



1. Realiza un plano a escala de esta fuente completa, con detalles de las zonas de mosaicos que la rodean.
2. Halla el área de la zona de “aspas” rodeada de ladrillos verdes que ves en la foto.
3. Ayudándote del dibujo adjunto a la foto, identifica y nombra todos los polígonos (hay cuatro distintos) que aparecen en este mosaico, clasificándolos en convexos y cóncavos. ¿Cuáles de estos polígonos tienen todos sus lados iguales y cuáles no? ¿Hay alguno que sea polígono regular?
4. Si dividimos un “aspa” tal como se indica en el dibujo, con los segmentos a trazos, obtenemos cuatro polígonos iguales. ¿Qué polígonos son? ¿Son iguales que los azules? Explica la respuesta.

5. Suponiendo que cada uno de los lados de los polígonos "aspa" mide 2 cm, calcula el perímetro y el área de cada uno de los cuatro polígonos distintos identificados en el apartado 3.
6. Encuentra un paralelogramo fundamental de este mosaico (Apéndice E), suponiendo que estuviera coloreado como en el dibujo. ¿Cuál sería un paralelogramo fundamental si no tuviéramos en cuenta los colores, sino solo las formas?
- k. Utilizando el plano que se encuentra en el capítulo 3, del que tendrás que calcular la escala (¿cómo?), y haciendo triangulaciones, halla la superficie aproximada del Jardín del Retiro, dando el resultado en m^2 y en hectáreas.
- L. Halla la altura de la torre junto a la Puerta de Marchena, utilizando alguno de los procedimientos descritos en el Apéndice F.



M. Tomando medidas sobre el siguiente plano a escala, busca proporciones especiales (Apéndice B) en los distintos elementos de la Puerta de Marchena. Averigua también la escala a la que está hecho el dibujo

4.10.13. Jardines del Chorrón y de la Alcubilla

Entrando por la Puerta de Marchena desde el Jardín del Retiro, nos encontramos a la derecha con el Jardín del Chorrón y posteriormente, por el pasaje hacia el Apeadero, con el Jardín de la Alcubilla o Alcobilla. Ambos son secuelas, bastantes remodeladas, de los antiguos jardines que tuvo el Alcázar por esta zona.



El Jardín del Chorrón se separó de la zona del Estanque de Mercurio durante el reinado de Felipe II. Su nombre viene del gran chorro de agua que se vertía en el Estanque procedente de los Caños de Carmona.

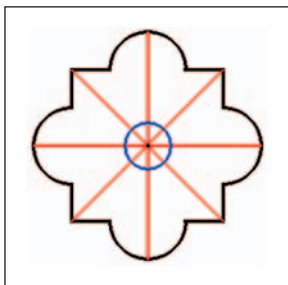
El Jardín de la Alcubilla o Patio del Tennis (y también Campillo del Alcaide) debe su nombre a la "alcubilla" o "arca de agua" (especie de depósito en alto que repartía agua hacia otros lugares del Alcázar) que había en esta zona. A este patio da una de las fachadas del llamado Cuarto del Sol o del Alcaide, que formaba parte de las dependencias donde residieron antiguos alcaides del Alcázar. La fuente de mármol que encontramos actualmente en su centro ha sido colocada modernamente. Es del siglo XVI y procede de la antigua casa de los Duques de Medina Sidonia.

A. En una de las paredes del Jardín del Chorrón puedes ver esta cruz de hierro sobre fondo amarillo.

1. Dibuja, en papel cuadriculado y con regla, una figura similar al fondo amarillo de esta foto, e investiga cuál es el menor número de cuadriláteros convexos en que puede cortarse. Nombra los cuadriláteros que resultan al cortarla. ¿Hay sólo una manera de cortarla en ese número mínimo de cuadriláteros convexos?
2. Investiga sobre tu cruz dibujada cuál sería el círculo más pequeño que la contendría y dibújalo. Pista: Piensa en cómo trazaría la circunferencia que pasa por los vértices A, B, C y F en tu dibujo, y la que pasa por los vértices C, D, E y F.



B. También puedes encontrar en una de las paredes del Jardín del Chorrón un ventanuco con reja con un diseño similar al del dibujo adjunto. Hemos supuesto que el radio de las semicircunferencias es igual a la longitud de los segmentos que forman las esquinas rectas, y los tomaremos de longitud 15 cm.

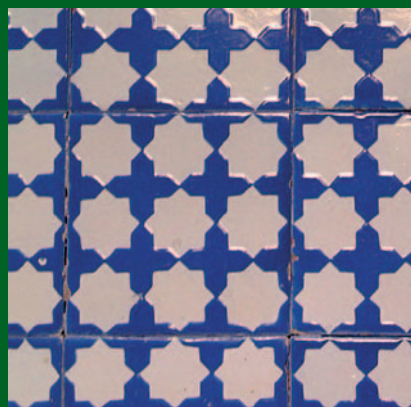


1. Clasifica este dibujo como rosetón (Apéndice D).
2. Encuentra una parte mínima del rosetón que lo genere mediante movimientos. Halla el área y el perímetro de esa parte mínima.
3. Encuentra el menor cuadrado circunscrito al dibujo y calcula su área.

C. Sitúate en el Jardín de la Alcubilla y:

1. Clasifica los distintos arcos que ves allí (Apéndice A).
2. Estima la capacidad en litros de la pileta que rodea la fuente.
3. Halla la altura de una de las palmeras que hay en este jardín utilizando uno de los procedimientos del apéndice F.





5

TABLAS DE TAREAS POR CONTENIDOS CURRICULARES

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



TABLAS DE TAREAS POR CONTENIDOS CURRICULARES

Las tablas que aparecen en las páginas siguientes pueden ser útiles para buscar actividades que sirvan en el trabajo de contenidos concretos. Están ordenadas alfabéticamente, comprendiendo los siguientes contenidos:

- | | |
|---------------------|---------------------------|
| - Alturas | - Perímetros |
| - Ángulos | - Pitágoras |
| - Arcos | - Polígonos |
| - Áreas | - Porcentajes |
| - Dibujos con Cabri | - Proporciones especiales |
| - Dibujos sin Cabri | - Rosetones |
| - Escalas | - Semejanzas |
| - Frisos | - Trigonometría |
| - Longitudes | - Volúmenes |
| - Mosaicos | - Varios |
| - Movimientos | |

Para cada actividad se indica la página y en algunas, además, figuran entre paréntesis las siguientes referencias complementarias:

- (1) Actividades en las que es necesaria la visita al Alcázar para su resolución.
- (2) Actividades en las que hay que utilizar el Teorema de Pitágoras.
- (3) Actividades en las que hay que utilizar Trigonometría.
- (4) Actividades de arcos o de proporciones especiales donde se necesitan plantillas.



ALTURAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-A-1	16	4-6-1-C-4 (1)(3)	41	4-10-7-K (1)	104
4-1-A-3 (1) (3)	16	4-6-2-L (1) (3)	47	4-10-7-P (1)	105
4-1-G (1)	19	4-6-3-C (1)	52	4-10-9-G (1)	112
4-3-D-5	28	4-7-C (1)	67	4-10-9-H (1)	112
4-4-A (1)	32	4-8-E (1)	75	4-10-9-I (1)	112
4-6-1-C-1 (1) (3)	41	4-10-2-I-2 (1)	89	4-10-10-H (1)	115
4-6-1-C-2 (1) (3)	41	4-10-3-E (1)	91	4-10-10-J (1)	116
4-6-1-C-3 (1) (3)	41	4-10-6-D (1)	100	4-10-12-L (1)	133
				4-10-13-C-3 (1)	136

ÁNGULOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-D-5 (1)	18	4-6-4-B-2	55	4-9-F-5	79
4-3-D-6 (1)	28	4-6-4-G-3	57	4-10-2-G-5	88
4-4-D-5 (3)	33	4-6-5-E-1	60	4-10-5-N (1) (3)	97
4-6-1-B	40	4-6-5-F-1	61	4-10-6-A-4	99
4-6-1-E-1	41	4-6-5-L (3)	63	4-10-10-C	114
4-6-2-J-2	47	4-6-6-A-3	64	4-10-12-A-6	126
4-6-2-J-3	47	4-6-6-A-6	64	4-10-12-C-3	128
4-6-2-J-5	47	4-7-H-3	69	4-10-12-I-2	132
4-6-2-N-6	50	4-7-H-4	69	4-10-12-I-3	132
4-6-3-E-2	53	4-7-I-3	69		
4-6-4-A-2	54	4-7-I-7	69		

ARCOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-B-2	16	4-6-2-G	45	4-10-2-H (1)	89
4-1-E	18	4-6-2-H-1(1)(4)	46	4-10-2-I (1)	89
4-1-H (1)	20	4-6-3-B (1)	52	4-10-3-E	91
4-3-A-1	27	4-6-5-I (1) (4)	62	4-10-4-B-1 (1)	93
4-3-B-2	27	4-7-A (1) (4)	67	4-10-5-L (1)	97
4-3-C-1 (1)	27	4-7-B-1	67	4-10-6-E (1)	100
4-4-B (1)	32	4-8-B-1	73	4-10-13-C-1 (1)	136
4-6-2-F (1) (4)	41	4-9-G-2 (1) (4)	80		

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

ÁREAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-A-1	16	4-6-2-N-2	49	4-9-E-10 (1)	78
4-1-B-1	16	4-6-2-O-1 (2)	51	4-9-E-11 (1)	78
4-1-C-1	17	4-6-2-P-3 (2)	51	4-9-F-1	79
4-1-D-6 (1) (3)	18	4-6-3-A-2	52	4-9-F-2	79
4-1-K-1	20	4-6-3-D-5 (3)	53	4-9-F-3 (2)	79
4-2-A-3 (2)	22	4-6-3-E-2 (2)	53	4-9-F-6 (3)	79
4-2-A-5 (2)	22	4-6-4-A-3 (2)	54	4-9-F-7 (3)	79
4-2-C (2)	23	4-6-4-B-4 (2)	55	4-10-1-B	84
4-2-E-2 (1)	24	4-6-4-C-2 (2)	55	4-10-1-E (2)	84
4-2-E-3	24	4-6-4-D (2)	56	4-10-1-F (1)	84
4-2-F-1	25	4-6-4-E-2 (3)	56	4-10-2-A (2)	87
4-2-F-3 (2)	25	4-6-4-G-4 (1)	57	4-10-2-C	87
4-2-F-4 (2)	25	4-6-5-A (2)	59	4-10-2-E (2)	87
4-2-H-2	25	4-6-5-B-1 (2)	59	4-10-2-F-2 (1)	88
4-3-B-2 (1)	27	4-6-5-C (2)	60	4-10-2-F-3 (1)	88
4-3-B-4 (1)	27	4-6-5-D-1 (1)	60	4-10-2-G-2 (1)	88
4-3-C-2 (1)	27	4-6-5-E-2 (2)	60	4-10-2-G-3 (1)	88
4-3-D-2 (1)	28	4-6-5-F-1 (3)	61	4-10-2-G-5 (1)	88
4-3-D-3	28	4-6-5-G-1 (2)	61	4-10-3-A	91
4-3-D-7 (1) (3)	28	4-6-5-H-1 (2)	62	4-10-3-B (1)	91
4-3-F (1)	29	4-6-6-A-4	64	4-10-3-C (2)	91
4-3-G-1 (1)	29	4-6-6-A-7 (1)	64	4-10-3-D	91
4-4-D-3 (3)	33	4-6-6-A-8 (1)	64	4-10-4-B-3 (2)	93
4-5-C-3 (2)	35	4-6-6-B-2	65	4-10-5-B	95
4-6-A-2	38	4-7-F-1	68	4-10-5-D	95
4-6-A-3	38	4-7-F-4	68	4-10-5-E	95
4-6-B-2	39	4-7-I-4 (2)	69	4-10-5-I (1)	96
4-6-B-3	39	4-7-I-8 (2)	69	4-10-6-A-1 (1)	99
4-6-1-A	40	4-7-I-11	69	4-10-6-B-3 (1)	99
4-6-1-B (2)	40	4-8-A-1 (1)	73	4-10-6-C-3 (1)	100

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

ÁREAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-6-1-E-1	41	4-8-D-1	74	4-10-7-C	102
4-6-1-H-2	42	4-8-G-2	75	4-10-7-D	102
4-6-1-H-3	42	4-9-C-2 (1)	77	4-10-7-E	102
4-6-2-A-1	43	4-9-C-3 (1)	77	4-10-7-I	103
4-6-2-B-2	44	4-9-E-1 (1)	78	4-10-7-L	104
4-6-2-C	44	4-9-E-2 (1)	78	4-10-7-M	104
4-6-2-D (2)	44	4-9-E-3 (1)	78	4-10-7-R	105
4-6-2-E (2)	45	4-9-E-8 (1)	78	4-10-7-W (1)	106
4-6-2-K-2 (2)	47	4-9-E-9 (1)	78	4-10-7-X (1)	106
4-10-8-C	108	4-10-10-T	119	4-10-12-C-2	128
4-10-8-D	108	4-10-11-A	121	4-10-12-C-4	128
4-10-8-G (1)	109	4-10-11-D	121	4-10-12-D-6	129
4-10-9-D	111	4-10-11-E (2)	121	4-10-12-E-3	130
4-10-9-E	112	4-10-11-G (1)	122	4-10-12-G-2	130
4-10-9-F	112	4-10-11-H (1)	122	4-10-12-H-1	131
4-10-9-J (1)	112	4-10-11-J	122	4-10-12-I-2	132
4-10-10-B	114	4-10-11-K-4 (3)	123	4-10-12-I-3	132
4-10-10-C	114	4-10-11-M(2)(3)	124	4-10-12-I-5	132
4-10-10-F	115	4-10-12-A-1	126	4-10-12-J-2	133
4-10-10-L	116	4-10-12-A-3	126	4-10-12-J-5	133
4-10-10-Ñ-5	117	4-10-12-B-3 (3)	127	4-10-12-K	133
4-10-10-P-1	118	4-10-12-B-4	127	4-10-13-B-2	136
4-10-10-S	119	4-10-12-B-6	127	4-10-13-B-3	136

DIBUJO CON CABRI

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-J	20	4-6-4-H-2	57	4-10-3-D	91
4-1-K-2	20	4-6-4-H-3	57	4-10-5-C	95
4-2-A-1	22	4-7-E	68	4-10-8-K	109
4-2-D-2	24	4-7-F-2	68	4-10-10-D	114
4-5-A-3	35	4-8-A-6	73	4-10-10-Q-3	118
4-5-C-2	35	4-9-E-7	78	4-10-12-A-6	126
4-6-1-E-2	41	4-9-E-15	78	4-10-12-D-7	129
4-6-2-Ñ	50	4-10-2-F-4	88		

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

DIBUJO SIN CABRI

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-D-3 (1)	18	4-7-G-2	68	4-10-7-U	106
4-1-D-4 (1)	18	4-8-A-5	73	4-10-8-B	108
4-1-E (1)	18	4-8-A-6	73	4-10-9-B	111
4-5-C-1	35	4-8-B-2	73	4-10-9-E	112
4-6-1-E-2	41	4-9-A-2	77	4-10-10-C	114
4-6-2-H-2	46	4-9-B	77	4-10-10-R	119
4-6-2-J-1	47	4-9-G-1	80	4-10-11-K-1 (1)	123
4-6-2-J-5	47	4-10-2-E	87	4-10-12-G-1	130
4-6-2-P-4	51	4-10-5-B	95	4-10-12-H-6	131
4-6-3-D-2	53	4-10-5-N (1)	97	4-10-12-J-1	133
4-6-3-D-3	53	4-10-6-B-5	99	4-10-13-A-1	136
4-7-B-2	67	4-10-6-C-5	100	4-10-13-A-2	136
4-7-D-1	67	4-10-7-D	102	4-10-13-B-3	136
4-7-E	68	4-10-7-E	102		

ESCALAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-A-1	16	4-8-G-3 (1)	75	4-10-10-Ñ-2	117
4-1-B-1	16	4-9-B	77	4-10-10-Ñ-3	117
4-1-C-1	17	4-10-1-C	84	4-10-10-Ñ-4	117
4-1-C-2	17	4-10-1-D	84	4-10-10-Ñ-5	117
4-1-C-3	17	4-10-5-A	95	4-10-10-S	119
4-1-D-3 (1)	18	4-10-5-E	95	4-10-10-T	119
4-1-E (1)	18	4-10-5-G	96	4-10-11-E	121
4-3-B-1 (1)	27	4-10-5-I (1)	96	4-10-11-I	122
4-3-C-4 (1)	27	4-10-5-N (1)	97	4-10-12-A-1	126
4-3-D-1 (1)	28	4-10-6-B-5	99	4-10-12-A-3	126
4-3-D-3	28	4-10-6-C-5	100	4-10-12-A-5	126
4-3-D-4 (1)	28	4-10-7-D	102	4-10-12-B-1	127
4-3-D-5 (1)	28	4-10-7-Q	105	4-10-12-C-1	128
4-6-A-1	38	4-10-7-S	105	4-10-12-C-2	128
4-6-A-2	38	4-10-7-U	106	4-10-12-D-1	129
4-6-A-3	38	4-10-8-E	108	4-10-12-D-2	129
4-6-A-4	38	4-10-8-F	109	4-10-12-G-1	130
4-6-B-2	39	4-10-9-C	111	4-10-12-G-2	130
4-6-B-3	39	4-10-9-J (1)	112	4-10-12-J-1	133
4-6-2-H-2	46	4-10-10-I	115	4-10-12-K	133
4-6-5-K	63	4-10-10-M	116	4-10-12-M (1)	134
4-8-D-1	74	4-10-10-Ñ-1	117		

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

FRISOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-3-B-3	27	4-6-4-C-4	55	4-7-D-1	67
4-6-1-A	40	4-6-4-D	56	4-7-D-2	67
4-6-2-A-2	43	4-6-4-E-3	56	4-7-D-3	67
4-6-2-B-1	43	4-6-4-E-4	56	4-10-2-G-1	88
4-6-2-C	44	4-6-4-H-1	57	4-10-5-C	95
4-6-2-O-3	51	4-6-4-J-2	58	4-10-8-J	109
4-6-3-A-1	52	4-6-5-A	59	4-10-10-P	118
4-6-3-E-1	53	4-6-5-C	60	4-10-11-L	123
4-6-4-B-6	55	4-6-5-D-3	60		
4-6-4-C-3	55	4-6-5-F-2	61		

LONGITUDES

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-C-3	17	4-6-3-D-4 (3)	53	4-9-C-1 (1)	77
4-1-D-1 (1) (2)	18	4-6-5-B-2 (2)	59	4-9-D (2)	78
4-1-D-2 (1) (2)	18	4-6-5-D-2 (2)	60	4-9-E-9 (1)	78
4-1-D-6 (1) (3)	18	4-6-5-E-1 (2)	60	4-9-H	81
4-3-F (1)	29	4-6-5-E-3	60	4-10-4-B-2 (2)	93
4-3-G-1 (1)	29	4-6-6-A-1 (2)	64	4-10-12-A-5	126
				4-10-12-H-2	131

MOSAICOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-2-E-1	24	4-6-5-G-3	61	4-9-E-14	78
4-2-H-1	25	4-6-5-H-2	62	4-10-2-G-4	88
4-4-E-1	33	4-6-5-H-3	62	4-10-4-C-1	93
4-5-A-1	35	4-6-6-B-1	65	4-10-10-K	116
4-5-C-2	35	4-7-F-3	68	4-10-10-P-3	118
4-6-1-F-2	42	4-7-J-1	71	4-10-10-Q-2	118
4-6-4-A-5	54	4-7-J-2	71	4-10-12-E-2	130
4-6-4-A-6	54	4-8-A-4	73	4-10-12-H-5	131
4-6-4-F-1	56	4-9-E-6	78	4-10-12-J-6	133
4-6-4-J-1	58				

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

MOVIMIENTOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-2-B	22	4-8-A-2	73	4-10-6-B-1	99
4-6-2-A-2	43	4-9-A-1	77	4-10-6-B-4	99
4-6-2-B-1	43	4-9-E-4	78	4-10-6-C-1	100
4-6-2-J-4	47	4-9-E-5	78	4-10-6-C-4	100
4-6-2-J-5	47	4-9-E-6	78	4-10-10-D	114
4-6-2-Ñ-2	50	4-9-E-12	78	4-10-12-E-1	130
4-6-3-A-1	52	4-9-E-13	78	4-10-12-F-2	130
4-6-3-D-2	53	4-9-E-14	78	4-10-12-H-3	131
4-6-3-D-3	53	4-9-I-1	81	4-10-12-H-4	131
4-6-4-J-3	58	4-9-I-2	81		
4-7-D-3	67	4-9-I-3	81		

PERÍMETROS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-K-1	20	4-6-B-3	39	4-6-2-K-1	47
4-2-A-4 (2)	22	4-6-1-A	40	4-6-2-N-1	49
4-2-C (2)	23	4-6-1-B	40	4-6-2-N-2	49
4-2-D-1 (1)	23	4-6-1-E-1	41	4-6-2-O-1 (2)	51
4-2-E-3	24	4-6-1-H-2	42	4-6-2-P-2	51
4-2-F-1	25	4-6-1-H-3	42	4-6-3-A-2	52
4-2-F-3 (2)	25	4-6-2-A-1	43	4-6-3-E-2 (2)	53
4-2-F-4 (2)	25	4-6-2-A-2 (2)	43	4-6-4-A-2	54
4-4-D-4 (3)	33	4-6-2-B-2	43	4-6-4-B-3 (2)	55
4-6-A-2	38	4-6-2-C	44	4-6-4-C-1 (2)	55
4-6-A-3	38	4-6-2-D	44	4-6-4-D (2)	56
4-6-B-2	39	4-6-2-E (2) (3)	45	4-6-4-H-4 (1)	57

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

PERÍMETROS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-6-4-I-3 (1) (2)	58	4-7-I-4 (2)	69	4-10-10-C	114
4-6-5-A	59	4-7-I-11	69	4-10-11-J	122
4-6-5-B-1	59	4-8-A-1	73	4-10-11-M (2)(3)	124
4-6-5-C (2)	60	4-9-E-8 (1)	78	4-10-12-C-2	128
4-6-5-D-1	60	4-9-F-2	79	4-10-12-H-1	131
4-6-5-E-2	60	4-9-F-6 (3)	79	4-10-12-I-2	132
4-6-5-F-1 (3)	61	4-9-F-7 (3)	79	4-10-12-I-3	132
4-6-5-G-1 (2)	61	4-10-7-E	102	4-10-12-J-5	133
4-6-5-H-1	62	4-10-9-E	112	4-10-13-B-2	136

PITÁGORAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-D-1 (1)	18	4-6-2-I	46	4-6-5-E-2	60
4-1-D-2 (1)	18	4-6-2-K-2	47	4-6-5-G-1	61
4-1-D-4 (1)	18	4-6-2-K-3	47	4-6-5-H-1	62
4-1-K-1	20	4-6-2-N-3	49	4-6-6-A-1	64
4-2-A-2	22	4-6-2-O-1	51	4-7-I-4	69
4-2-A-3	22	4-6-3-A-3	52	4-7-I-8	69
4-2-A-4	22	4-6-3-E-2	53	4-9-D	78
4-2-A-5	22	4-6-4-A-4	54	4-9-F-3	79
4-2-C	23	4-6-4-B-3	55	4-10-1-E	84
4-2-F-3	25	4-6-4-B-4	55	4-10-1-G	84
4-2-F-4	25	4-6-4-C-1	55	4-10-2-A	87
4-3-H-1	30	4-6-4-C-2	55	4-10-2-E	87
4-4-E-3	33	4-6-4-D	56	4-10-3-C	91
4-5-C-3	35	4-6-4-I-3	58	4-10-4-B-2	93
4-6-1-B	40	4-6-5-A	59	4-10-4-B-3	93
4-6-2-A-1	43	4-6-5-B-2	59	4-10-11-E	121
4-6-2-D	44	4-6-5-C	60	4-10-11-M (3)	124
4-6-2-G-1	45	4-6-5-D-2	60	4-10-12-H-1	131
4-6-2-H-3	46	4-6-5-E-1	60	4-10-12-H-2	131

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

POLÍGONOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-6-1-D-1	41	4-6-6-A-5	64	4-10-7-X	106
4-6-1-D-2	41	4-6-6-A-8	64	4-10-10-P-1	118
4-6-1-F-1	42	4-7-H-2	69	4-10-10-Q-1	118
4-6-1-H-1	42	4-7-I-1	69	4-10-12-B-2	127
4-6-2-N-4	49	4-7-I-6	69	4-10-12-C-1	128
4-6-2-O-2	51	4-7-I-9	69	4-10-12-D-2	129
4-6-3-E-2	53	4-10-2-F-1	88	4-10-12-F-1	130
4-6-4-A-1	54	4-10-2-G-3	88	4-10-12-J-3	133
4-6-4-B-1	55	4-10-2-G-5	88	4-10-12-J-4	133
4-6-4-G-2	57	4-10-7-U	106	4-10-13-A-1	136
4-6-4-I-1	58	4-10-7-W	106		

PORCENTAJES

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-2-A-5 (2)	22	4-6-4-F-2	56	4-10-5-D	95
4-2-E-2	24	4-6-6-B-2	65	4-10-7-R	105
4-2-E-3 (1)	24	4-7-F-4	68	4-10-11-D	121
4-3-H-2	30	4-8-G-2	75	4-10-11-H	122
4-4-E-3 (2)	33	4-10-2-C	87	4-10-12-D-4	129
4-5-C-3	35	4-10-4-C-1	93	4-10-12-E-3	130

PROPORCIONES ESPECIALES

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-F	19	4-7-E (1) (4)	68	4-10-7-H (1)(4)	103
4-4-C (1) (4)	32	4-8-C (1) (4)	73	4-10-7-N (1)(4)	104
4-5-B (1) (4)	35	4-10-4-C-3	93	4-10-10-D	114
4-6-B-1	39	4-10-5-M (1)(4)	97	4-10-10-E (1)	115
4-6-5-J (1) (4)	62	4-10-6-F (1) (4)	100	4-10-12-M	134

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

ROSETONES

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-2-F-2	25	4-8-A-3	73	4-10-6-C-2	100
4-5-A-2	35	4-9-A-1	77	4-10-7-V	106
4-6-1-E-3	41	4-9-A-2	77	4-10-7-Y	106
4-6-2-N-4	49	4-9-I-1	81	4-10-12-D-7	129
4-6-2-N-5	49	4-9-I-2	81	4-10-12-I-1	132
4-6-4-G-1	57	4-9-I-3	81	4-10-13-B-1	136
4-7-G-1	68	4-10-2-F-4	88	4-10-13-B-2	136
4-7-H-1	69	4-10-6-B-2	99		

SEMEJANZAS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-6-1-G-1	42	4-6-4-I-2	58	4-10-5-J (1)	97
4-6-1-G-2	42	4-6-6-A-2	64	4-10-5-K (1)	97
4-6-1-G-3	42	4-8-F	75	4-10-6-A-2 (1)	99
4-6-2-P-2	51	4-9-F-4	79	4-10-8-I (1)	109
4-6-2-P-3	51	4-10-2-B	87	4-10-12-C-2	128
4-6-4-B-5	55				

TRIGONOMETRÍA

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-A-3	16	4-4-D-5	33	4-6-5-L	63
4-1-D-5 (1)	18	4-6-1-C-1 (1)	41	4-7-H-5	69
4-1-D-6	18	4-6-1-C-3 (1)	41	4-9-F-5	79
4-3-D-6 (1)	28	4-6-2-G-2	45	4-9-F-6	79
4-3-E (1)	29	4-6-2-Ñ-1	50	4-9-F-7	79
4-3-H-3	30	4-6-3-D-4	53	4-10-5-N	97
4-4-D-2	33	4-6-3-D-5	53	4-10-11-K-4	123
4-4-D-3	33	4-6-4-E-1	56	4-10-11-M	124
4-4-D-4	33	4-6-5-F-1	61	4-10-12-B-3	127

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.

VOLÚMENES

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-A-2	16	4-10-6-A-3 (1)	99	4-10-11-B (1)	121
4-1-C-4	17	4-10-7-A (1)	102	4-10-11-C (1)	121
4-1-I (1)	20	4-10-7-B (1)	102	4-10-11-F (1)	121
4-2-G (1)	25	4-10-7-F (1)	103	4-10-11-G (1)	122
4-3-C-3 (1)	27	4-10-7-J (1)	104	4-10-11-L (1)	123
4-6-1-C-4 (1)	41	4-10-7-O (1)	105	4-10-12-A-2	126
4-6-3-C (1)	52	4-10-7-T (1)	105	4-10-12-A-4 (1)	126
4-6-5-K (1)	63	4-10-8-A	108	4-10-12-B-5 (1)	127
4-10-1-A	84	4-10-8-H (1)	109	4-10-12-C-5 (1)	128
4-10-2-D (1)	87	4-10-9-A (1)	111	4-10-12-D-3 (1)	129
4-10-3-D	91	4-10-10-A (1)	114	4-10-12-D-5 (1)	129
4-10-4-A	93	4-10-10-G (1)	115	4-10-12-G-3 (1)	130
4-10-5-A (1)	95	4-10-10-N (1)	116	4-10-13-C-2 (1)	136
4-10-5-F (1)	96	4-10-10-O	117		

VARIOS

Actividad	Pág.	Actividad	Pág.	Actividad	Pág.
4-1-B-3 (1)	16	4-6-5-B-3	59	4-7-J-4 (1)	71
4-1-C-4 (1)	17	4-6-6-B-3	65	4-8-B-3 (1)	73
4-2-D-3	24	4-6-6-B-4	65	4-8-D-2 (1)	74
4-3-G-2	29	4-7-I-2 (2)	69	4-10-1-H	85
4-6-2-M	48	4-7-I-6 (2)	69	4-10-4-C-2	93
4-6-2-N-4	49	4-7-I-10	69	4-10-7-G (1)	103
4-6-2-N-7	49				

(1) Con visita. (2) Con Pitágoras. (3) Con trigonometría. (4) Con plantillas.





6

APÉNDICE A – ARCOS

- 6.1. Términos arquitectónicos relativos a los arcos
- 6.2. Tipos de arcos
- 6.3. Algunas actividades con arcos

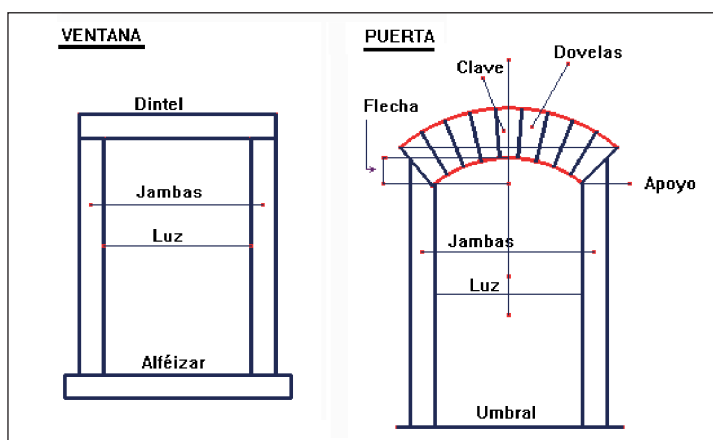


APÉNDICE A - ARCOS

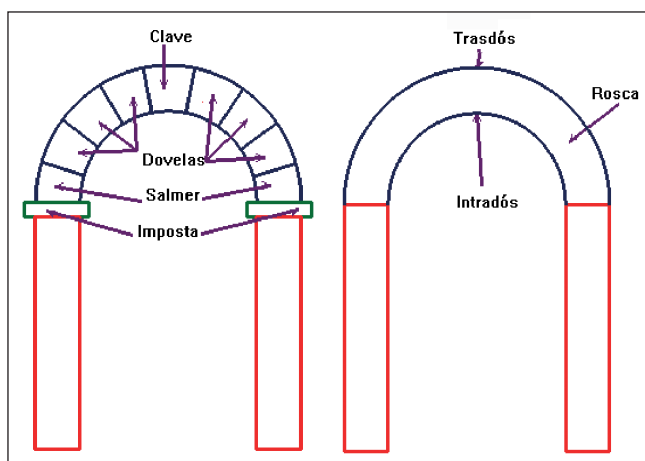
6.1. Términos arquitectónicos relativos a los arcos

El **muro** es el soporte y el elemento de cerramiento de un edificio. Para comunicar las distintas dependencias del edificio con el exterior, y entre sí, se utilizan los **vanos**, principalmente puertas y ventanas. Los laterales de dichos vanos se llaman **jambas**. Si el lado superior del vano es horizontal, se llama **dintel**, y si es una curva, se le llama **arco**. La parte inferior de la puerta se llama **umbral** y la de

la ventana **alféizar**. En arquitectura, si se quiere obtener una impresión de reposo se utiliza el dintel, y el arco si se quiere un carácter dinámico. La palabra **arco** viene del latín *arcus* y es una porción continua de una curva. En la construcción, es una superficie curva que cierra superiormente huecos realizados en un edificio. Veamos, ahora, un glosario de términos usados para trabajar con arcos en orden alfabético.



- **Ajimez.** Aunque en su origen esta palabra, de origen árabe, significaba ventana o balcón con celosía, en la actualidad se utiliza para denominar el elemento vertical que divide las ventanas, en ocasiones, en dos partes iguales. También se llama **mainel** o **parteluz**.
- **Alféizar.** (Del árabe *al-fasha*, el espacio vacío). Reborde inferior de una ventana.



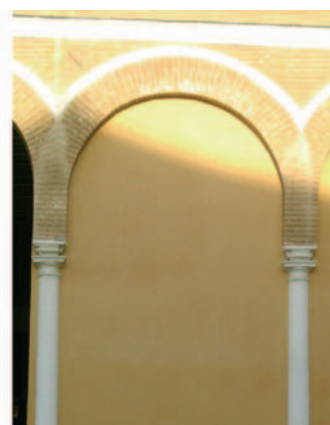
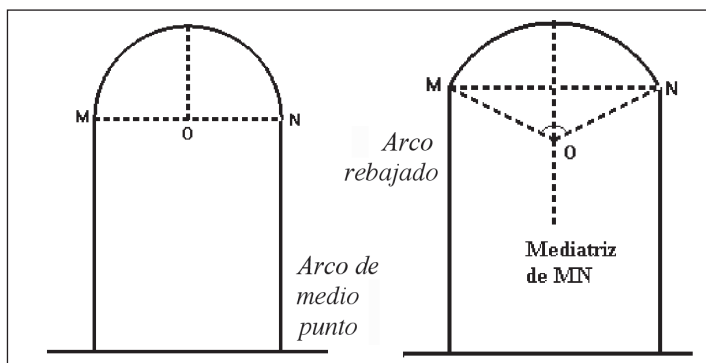
- **Apoyos.** Puntos de donde arranca el arco, también llamados **arranques**.
- **Arquivolta.** Conjunto de molduras concéntricas en el frontal de un arco.
- **Clave.** La dovela central del arco.
- **Dintel.** Lado superior de la ventana o puerta, si es recto.
- **Dovela.** Cada una de las piezas que determina un arco. Están dispuestas en forma radial y encajan en forma de cuña.

- **Flecha.** Segmento perpendicular a la línea que une los apoyos desde el punto más alto del arco.
- **Impostas.** Molduras sobre las que suelen descansar los dos salmeres del arco.
- **Intradós.** Superficie inferior de un arco. Es la parte del arco que se ve si nos situamos debajo de él.
- **Jamba.** Cualquiera de las dos piezas labradas que, puestas verticalmente en los dos lados de las puertas o ventanas, sostienen el dintel o el arco de ellas.
- **Luz.** En arquitectura, anchura máxima de un **vano** o **hueco**
- **Rosca.** En un arco, espacio delimitado por el trasdós e intradós, es decir, la cara anterior y la posterior del arco.
- **Salmeres.** Las dovelas de los dos extremos.
- **Trasdós.** Parte opuesta al intradós, que queda metida en el muro.
- **Vano.** Hueco de la puerta o ventana.

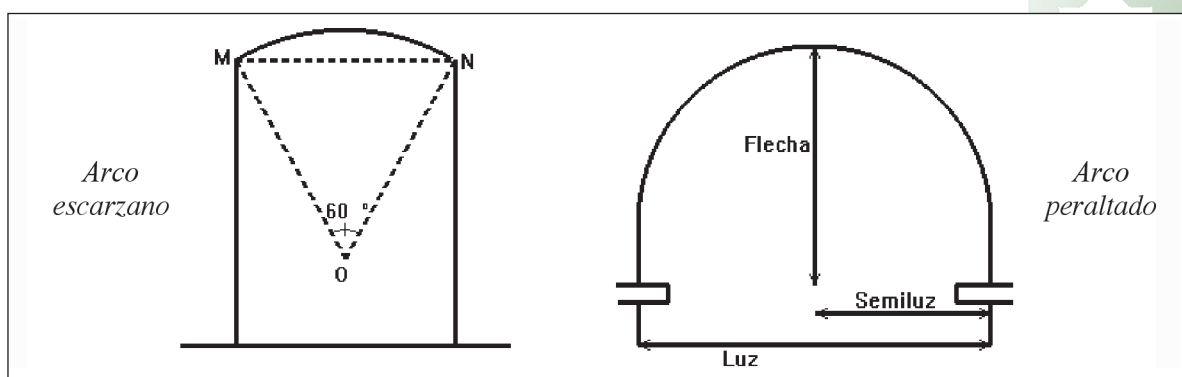
6.2. Tipos de arcos

Hay multitud de tipos y subtipos de arcos. En este apartado daremos las definiciones de los tipos de arcos que podemos ver en el recorrido por el Alcázar y la forma en que se construye cada uno de ellos. Entre paréntesis hemos puesto recintos del Alcázar donde pueden encontrarse los tipos de arcos correspondientes.

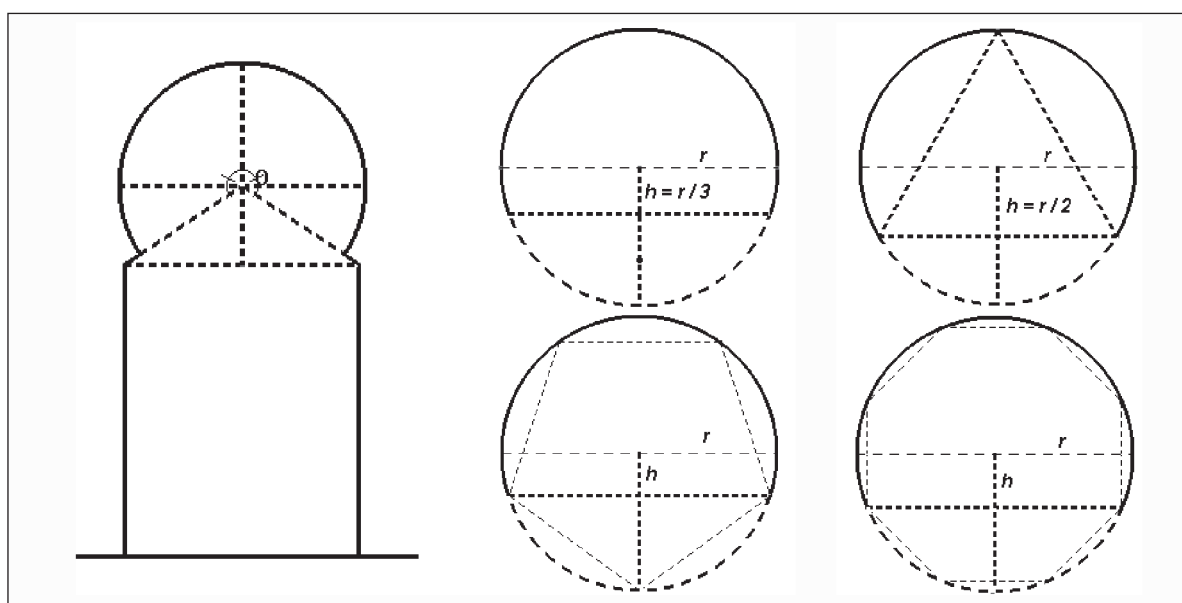
- **Arco de medio punto.** Está determinado por una semicircunferencia. (Palacio Gótico).
- **Arco rebajado.** Está determinada por un arco menor que una semicircunferencia. El centro del arco se encuentra en la mediatriz que une sus apoyos M y N. (Patio del Crucero).



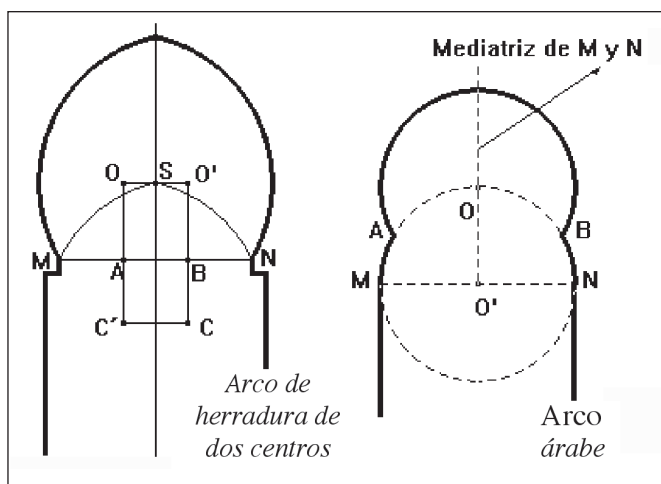
- **Arco escarzano.** Es un arco rebajado en el que el ángulo O es de 60° . (Palacio Gótico).
- **Arco peraltado.** Está definido por media circunferencia y con una prolongación recta. (Patio de la Montería).



- **Arco de herradura.** El que está definido por un arco mayor que una semicircunferencia. (Palacio del Rey Don Pedro). En los arcos de herradura la longitud h determina el trozo de arco que sobrepasa a la media circunferencia. Esta longitud puede estar dada por una proporción del radio u otro método. Al lado algunos ejemplos de posibles h .

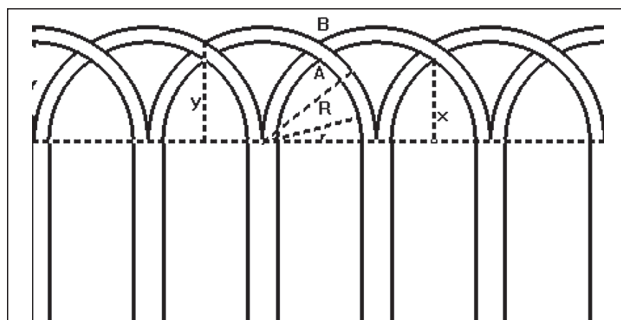


Hay otros dos tipos de arcos similares al de herradura que también son propios de la arquitectura árabe.

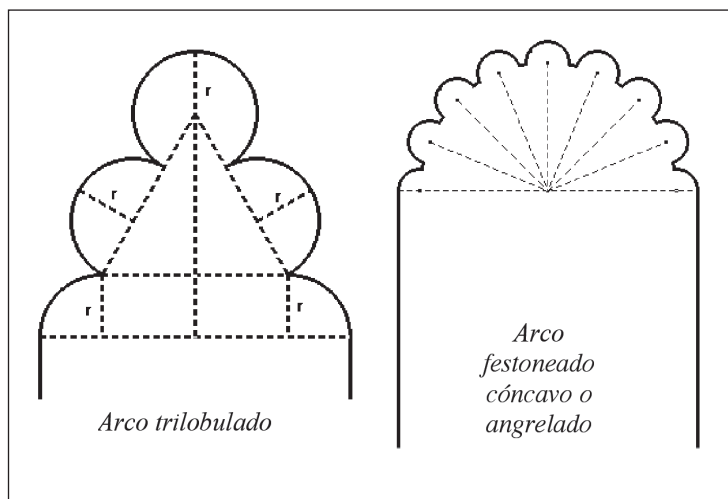


- **Arco de herradura de dos centros.** Está construido por dos arcos de circunferencia de igual radio y centros O y O'. Los puntos A y B dividen la línea de apoyo MN en tres partes iguales. A continuación construimos el cuadrado ABCC'. Con centros C' y C y radios C'N y CM se construyen dos arcos auxiliares, que se cortan en el punto S. Éste nos sirve para construir el rectángulo CC'OO'. Los trozos de circunferencia que determinan este arco de herradura son de centro O y radio ON y centro O' y radio O'M.

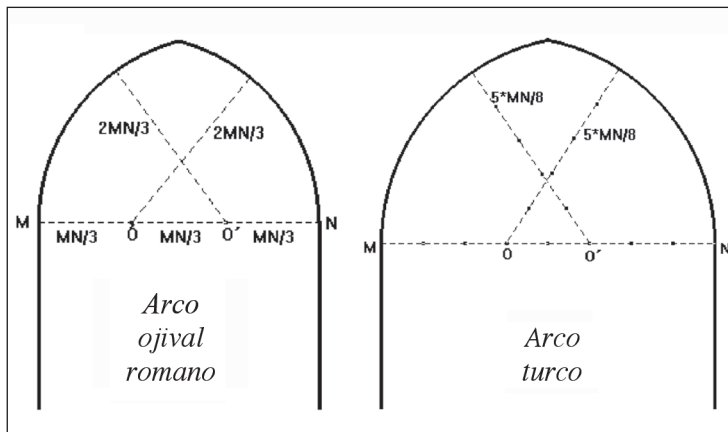
- **Arco árabe.** Está formado por tres arcos de circunferencia, MA, AB y BN. Los dos arcos inferiores pertenecen a una misma circunferencia cuyo centro es el punto medio, O' , de la línea de apoyo MN. El arco superior tiene igual diámetro y el centro, O , es el punto en el que se cortan la circunferencia anterior y la mediatriz de los apoyos.
- **Arcos de medio punto cruzados.** Como indica su nombre, son arcos de medio punto que se cruzan entre sí. Por cada centro hay dos radios distintos para las semicircunferencias. (Patio de las Doncellas).

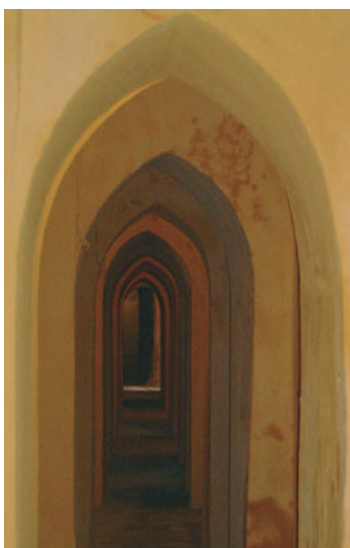


- **Arco lobulado.** El que está formado por lóbulos yuxtapuestos (3 –trilobulado o trifoliado–, 5 –quinfoliado o quinquelobulado–, o más –polilobulado–). (Palacio Mudéjar).
- **Festoneado.** Adornado con pequeñas concavidades (angrelado) o convexidades yuxtapuestas a modo de onda. (Patio del Yeso).

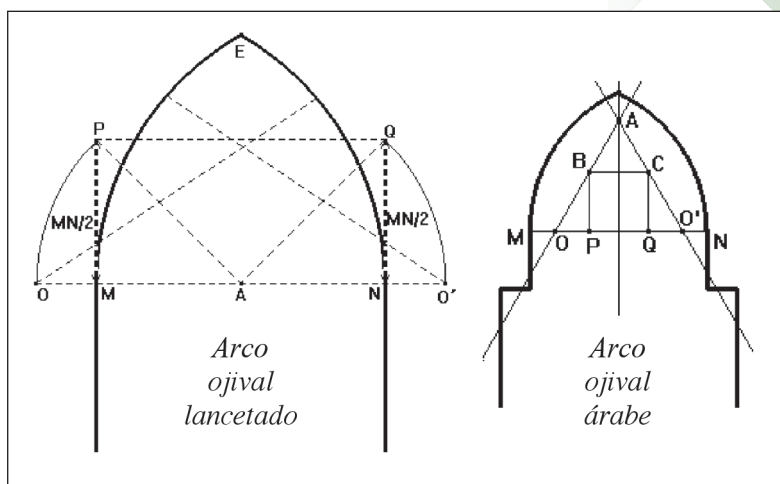


- **Arcos ojivales o apuntados.** Son los arcos formados por dos arcos de circunferencia que forman ángulo en la clave. Dependiendo de su construcción reciben distintos nombres. Veamos cuatro tipos.
- **Arco ojival romano.** Los centros O y O' de los arcos son los puntos que dividen la línea de apoyo en tres partes iguales. (Patio de las Doncellas).





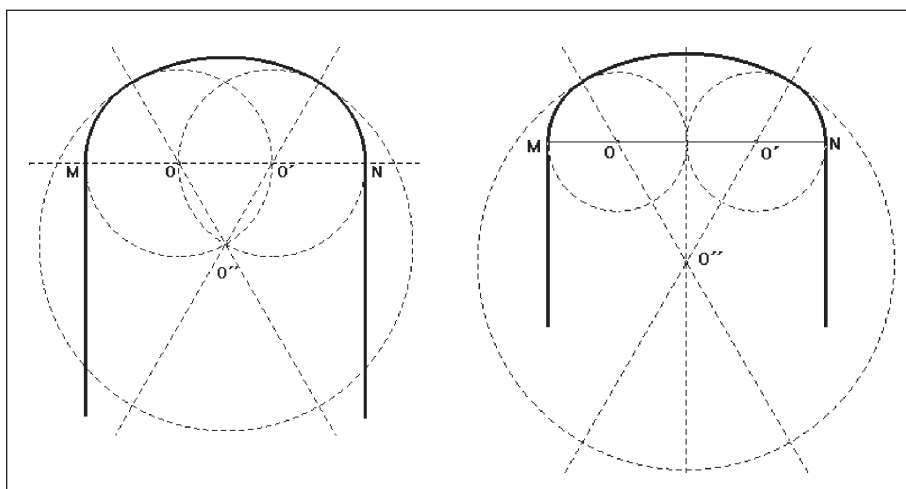
- **Arco turco.** Los centros O y O' de los arcos son los puntos de la línea de apoyo que distan tres octavos de uno de los apoyos y cinco octavos del otro. (Jardín de la Galera).
- **Arco ojival lancetado.** Los centros O y O' de los arcos se obtienen tal como se indica en la figura. (Patio de las Doncellas).



- **Arco ojival árabe.** Los centros O y O' de los arcos se obtienen tal como se indica en la figura, donde $BCQP$ es un cuadrado de lado la tercera parte de la línea de apoyo y ABC es un triángulo equilátero. (Palacio del Rey Don Pedro).



- **Arco carpanel.** El de varios centros en número impar superior a dos. Existen muchas formas distintas de realizar el trazado de arcos carpanel. A continuación vienen dos de tres centros con su construcción. Fíjate que, en ambos, el triángulo $OO'O''$ debe ser equilátero. Arcos de este tipo los podemos encontrar en la planta alta del Apeadero.



6.3. Algunas actividades con arcos

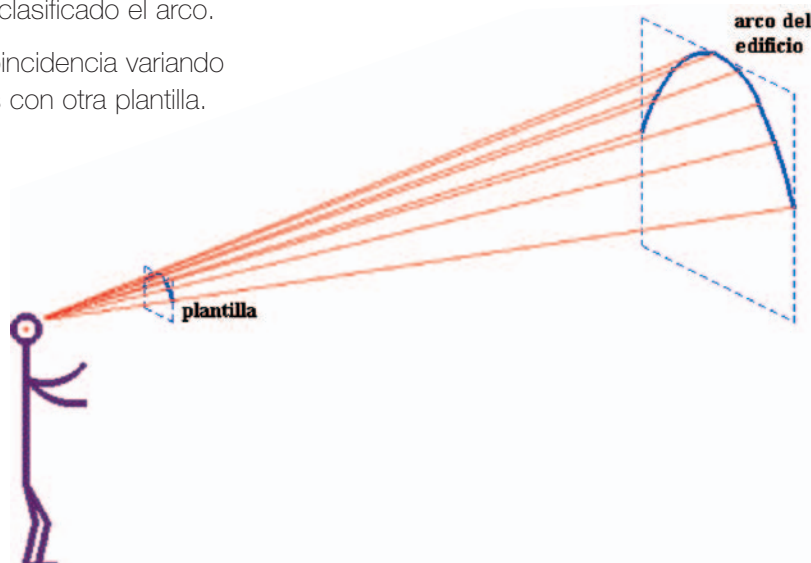
Hay multitud de cuestiones y actividades que podemos proponer a nuestros alumnos en relación con los arcos arquitectónicos. Desde dibujarlos o construirlos en maqueta, hasta reconocer su tipología observando, midiendo o utilizando plantillas. Y, desde luego, gran variedad de problemas métricos o de otros tipos. Veamos algunos ejemplos de estas actividades posibles.

6.3.1. Dibuja y recorta en cartulina plantillas de los tipos de arcos de medio punto, escarzano, de herradura con $h = r/3$, con $h = r/2$, con $h = (3/5) \cdot r$, de herradura de tres lados de un cuadrado, de herradura de tres lados de un pentágono, herradura de dos centros, árabe, ojival romano, turco, ojival lancetado, ojival árabe y carpanel de los dos tipos dibujados en **6.2**. Las plantillas se deben realizar dándoles el tamaño correspondiente a una luz de 15 cm aproximadamente, y dejar al recortarlas unos 10 cm de cartulina por debajo de los apoyos, para poder sostenerlas con la mano.

Uso de las plantillas

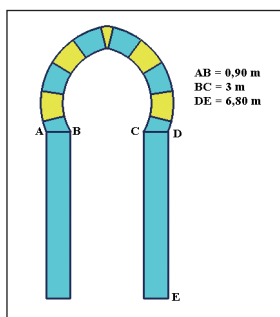
Con las plantillas de cartulina podemos clasificar los arcos que se vean por el edificio sin necesidad de medir, aprovechándonos de las propiedades de la semejanza de figuras. Es un método aproximado en el que se deben seguir los siguientes pasos:

- Hay que situarse a una cierta distancia del arco, sosteniendo con el brazo extendido la plantilla delante de nuestros ojos y manteniéndola paralela al arco.
- Con un ojo cerrado, alejándonos o acercándonos al arco y acercando o alejando la plantilla, intentaremos conseguir que coincidan en nuestra visión el contorno de la plantilla con el del arco. Una vez logrado ya tenemos clasificado el arco.
- Si no conseguimos la coincidencia variando las distancias, probamos con otra plantilla.



6.3.2. Dibuja en papel, usando reglas y compás, un arco trilobulado de 6 cm de luz y 10 cm de longitud de las jambas. Fíjate bien en el dibujo correspondiente del apartado 6.2 para saber cómo se construye.

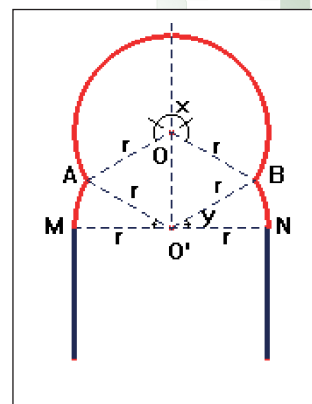
6.3.3. Dibuja en el ordenador, usando el programa CABRI o cualquier otro programa de dibujo geométrico, un arco turco de 6 cm de luz y 16 cm de altura, medida entre el suelo y la parte más alta del intradós.



6.3.4. Dibuja con regla y compás en cartulina, coloreando y recortando después, una maqueta a escala 1:50 del arco de herradura de dos centros de la figura adjunta.

6.3.5. Tenemos un arco árabe como el de la figura, con $r = 1,5$ m.

- ¿Cuál es la longitud de la flecha en este arco?
- ¿Cuánto mide el ángulo x de la figura?
- ¿Cuánto mide el ángulo y ?
- Halla el perímetro del arco (línea roja).
- Calcula el área de la región determinada por el arco y la línea que une los apoyos MN.

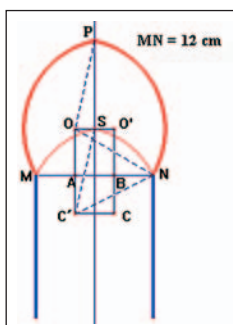


Ayuda: Observa que los triángulos OAO' y OBO' son equiláteros, ya que la distancia entre O y O' es r .



6.3.6.

- En el arco de herradura de dos centros de la figura adjunta, calcula el radio ($C'S = C'N$) de las circunferencias auxiliares y el radio ($OP = ON$) de los arcos de circunferencia que forman el arco. (Varias veces Pitágoras).
- Calcula los ángulos $C'ON$ y PON .
- Calcula la longitud del arco completo (línea roja gruesa).



6.3.7.

- Dibuja, utilizando regla y compás, un arco de herradura de un solo centro con $h = \frac{2}{5}r$, $r = 3$ cm y 10 cm de longitud de las jambas.
- Calcula la longitud del arco anterior (para usar la fórmula de la longitud de un arco debes conocer el ángulo del arco, que se puede calcular usando trigonometría).
- Realiza el dibujo con CABRI y comprueba el resultado obtenido en b) por medición directa del arco con la herramienta correspondiente de CABRI.

6.3.8. Crucigrama

Horizontal

- Piezas que dan forma al arco.
- Hilada de sillares algo voladiza, a veces con moldura, sobre la cual va asentado un arco.
- Al revés. Principio de un arco.
- Tipo de arco ojival o apuntado que tiene que ver con los octavos.
- Parte superior horizontal de las puertas o ventanas.
- Al revés. Piezas verticales que sostienen el arco.

Vertical

2. Al revés. Dovela que se encuentra en la parte central del arco.
3. Hueco de una puerta o ventana. Parte inferior de una puerta.
5. Anchura máxima de un vano. Parte de un arco que vemos si nos situamos debajo de él.
7. Dovela que está situada encima de la imposta.
9. Elemento de cerramiento y soporte de un edificio.
11. Elemento vertical que divide una ventana en dos partes iguales
12. Parte inferior de una ventana.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a												
b												
c												
d												
e												
f												
g												
h												
i												
j												
k												
l												

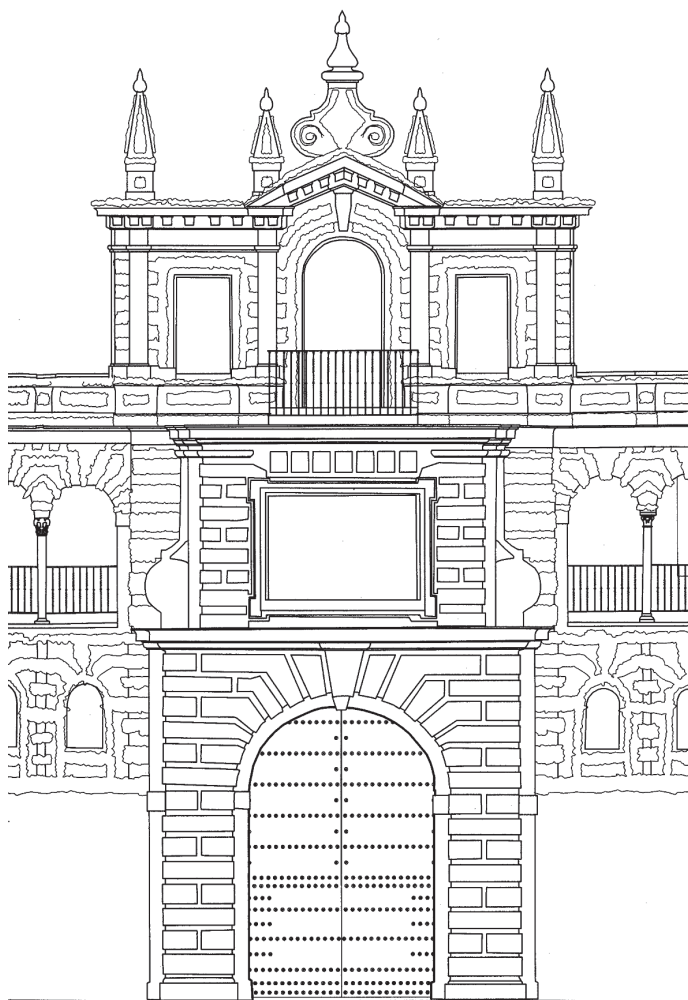
6.3.9. Sopa de letras

Encuentra el nombre de nueve tipos de arcos en el siguiente cuadro de letras. Los nombres pueden estar en horizontal y en vertical, escritos de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo o en sentido contrario.

W	F	R	I	P	E	R	A	L	T	A	D	O
H	U	L	O	N	M	E	R	O	S	R	A	N
A	S	E	D	C	E	B	O	B	I	U	E	A
X	D	N	E	T	O	A	P	U	F	D	H	Z
K	P	A	I	N	M	J	Ñ	L	S	A	X	R
O	I	P	C	E	B	A	R	A	R	R	B	A
S	O	R	T	S	D	D	T	D	Y	R	L	C
E	L	A	V	I	J	O	V	O	C	E	A	S
S	E	C	U	P	U	C	E	D	B	H	I	E
R	P	E	N	T	S	I	D	A	X	E	S	O
E	N	T	R	E	C	R	U	Z	A	D	O	N

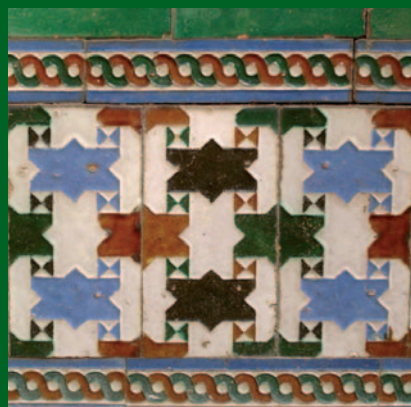
6.3.10. En la siguiente imagen de la Puerta del Privilegio, en la Galería del Grutesco, señala los siguientes elementos de arcos:

Flecha
Luz
Salmer
Clave
Dovelas
Imposta
Intradós
Jambas
Rosca
Trasdós



6.3.11. Une cada tipo de arco con alguna característica relacionada.

Herradura Arco de formado por una semicircunferencia
Rebajado Arcos yuxtapuestos
Ojival Arco de 60°
Medio punto Arco mayor que una semicircunferencia
Escarzano Forma ángulo en la clave
Lobulado Arco menor que una semicircunferencia



7

APÉNDICE B – PROPORCIONES ESPECIALES

- 7.1. Introducción
- 7.2. Divina proporción. Número Áureo
- 7.3. Proporción cordobesa
- 7.4. Proporción raíz de dos
- 7.5. Proporción raíz de tres
- 7.6. Actividades con las proporciones especiales

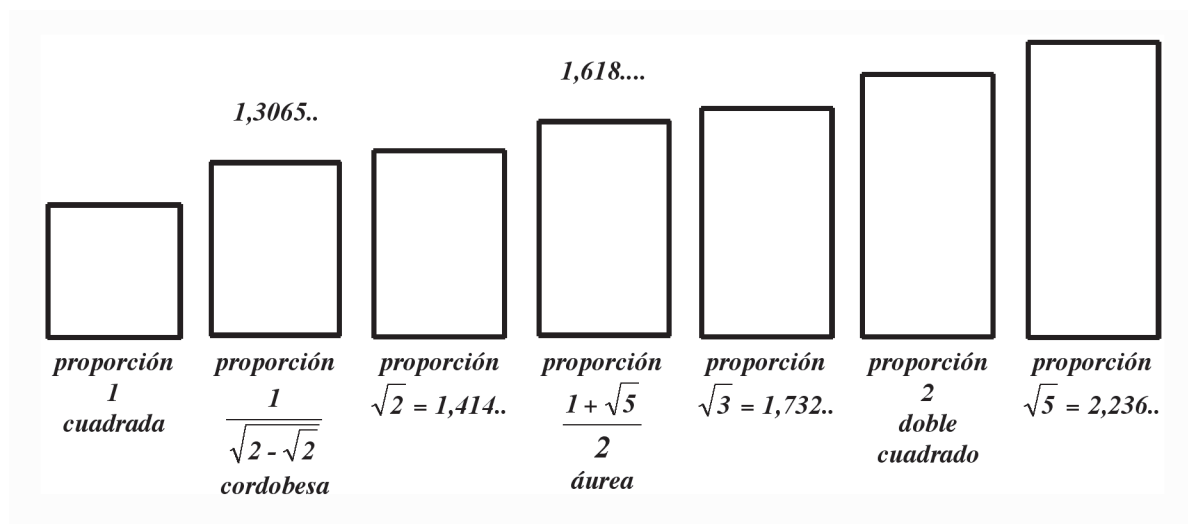
Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



APÉNDICE B - PROPORCIONES ESPECIALES

7.1. Introducción

Si se encuadra en un rectángulo una obra artística, o una parte de ella que tenga una cierta unidad, el cociente o razón del lado mayor al menor nos da un número que podemos considerar como una medida de la proporción de esa obra. Desde muy antiguo, y en diversas culturas, en la producción artística se han preferido ciertas proporciones en las formas, que se han considerado más “armoniosas” o “bellas” que otras. Los números ligados a esas proporciones más utilizadas son varios, y entre ellos se encuentran los cinco “números raíz” $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}=2$ y $\sqrt{5}$. De ellos, dos son enteros: el 1, que da lugar a la proporción cuadrada, y el 2, proporción doble cuadrado. Los otros son irracionales y de ellos, y derivados suyos, resultan algunas proporciones especiales que vamos a estudiar, y que pueden encontrarse en el Alcázar y otros muchos edificios artísticos.



7.2. Divina proporción. Número áureo

Dado un segmento AB, se llama “Divina proporción” a la razón que se obtiene al dividir dicho segmento en dos partes distintas tales que la relación entre la mayor y la menor es igual a la relación entre el segmento AB y la mayor, es decir cuando: “Hay de la parte pequeña a la parte grande la misma relación que de la grande al todo” (El hombre de Vitrubio - Leonardo da Vinci)

$$\begin{array}{c} \text{A} \text{---} \text{a} \text{---} \text{b} \text{---} \text{B} \\ \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} \end{array}$$

Tomando $\frac{a}{b} = x$ se tiene la ecuación $x = 1 + \frac{1}{x}$, cuya solución positiva es el llamado número de oro, razón áurea o media dorada. Se simboliza normalmente con la letra griega ϕ y su valor numérico es:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618034...$$

Esta proporción áurea se observa en la naturaleza: plantas, piñas, caracolas, ..., y en el arte: el Partenón, la pirámide de Keops, Nôtre Dame, El Escorial, etc.



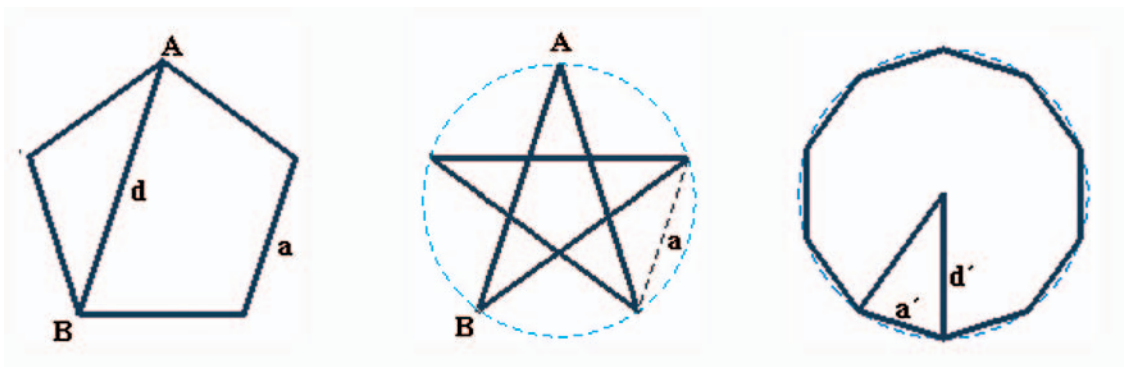
En "El hombre de Vitruvio", la ilustración de Leonardo da Vinci que ves a la derecha, la relación áurea es la que hay entre la altura total y la altura hasta el ombligo.

Un rectángulo cuyos lados estén en proporción áurea se llama **rectángulo áureo**, que ha tenido fama de especialmente estético o armonioso en muchas épocas, por lo que aparece en numerosas obras artísticas, en arquitectura, pintura o escultura.

Es fácil comprobar si un rectángulo es áureo o no. Basta dividir el lado mayor entre el menor y ver si el cociente se aproxima a 1,618... Es sorprendente el número de rectángulos áureos que nos rodean en la vida cotidiana: D.N.I., N.I.F., muchas tarjetas de créditos, calendarios, ventanas, cuadros, espejos, edificios (el de la O.N.U. en Nueva York, por ejemplo), paquetes de tabaco, banderas, ...

También se cumple que el cociente entre la diagonal de un pentágono regular y el lado de dicho pentágono es el número áureo: $\frac{d}{a} = \phi$. O, lo que es igual, es la razón que hay entre el lado de la

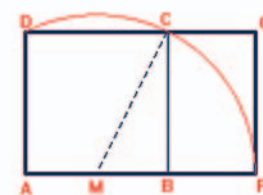
estrella regular de cinco puntas y la distancia entre las puntas. La misma razón existe entre el radio d' de un decágono regular y el lado a' de ese mismo decágono.



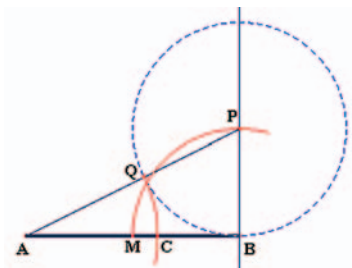
7.2.1. Construcción de un rectángulo áureo

Dibujamos un cuadrado ABCD. Hallamos el punto medio M de AB, y dibujamos la circunferencia de centro M y radio MD.

Prolongamos el lado AB y hallamos el punto de corte P entre la prolongación y la circunferencia anterior. Este punto P será vértice del rectángulo buscado APQD.



7.2.2. División de un segmento según la razón áurea

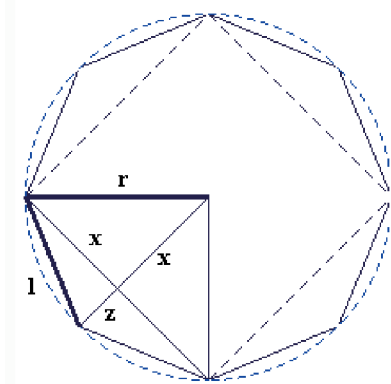


Dibujamos un segmento AB y una recta r , perpendicular a AB por el punto B. Hallamos el punto medio M de AB y el punto de corte P de la recta r con la circunferencia de centro B y radio BM. Trazamos el segmento AP y la circunferencia de centro P y radio PB. Esta circunferencia corta al segmento AP en el punto Q. Por último, trazamos un arco con centro en A y radio AQ, que corta al segmento AB en el punto C buscado.

7.3. Proporción cordobesa

El arquitecto cordobés Rafael de la Hoz Arderius, en un estudio que hizo sobre las proporciones arquitectónicas en Córdoba, encontró en la Mezquita y en los edificios de más importancia arquitectónica de la ciudad una preponderancia de una razón muy próxima a 1,3. Por similitud con el caso de la razón áurea, en la que el número corresponde a la relación entre el radio y el lado del decágono regular, buscó un polígono regular donde se tuviera lo análogo para 1,3, hallándolo en el octógono regular, en el que se cumple que

$$C = \frac{r}{l} = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} = 1,30656...$$



Aplicando

$$\text{Pitágoras} \rightarrow x^2 + x^2 = r^2 \rightarrow x = r \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Como } z + x = r \rightarrow z = r - r \frac{\sqrt{2}}{2} = r \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right)$$

Con Pitágoras otra vez

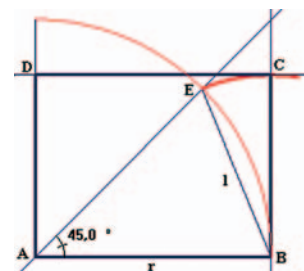
$$l^2 = x^2 + z^2 = r^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + r^2 \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right)^2 = r^2 (2 - \sqrt{2}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{r}{l} = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

7.3.1. Construcción de un rectángulo cordobés

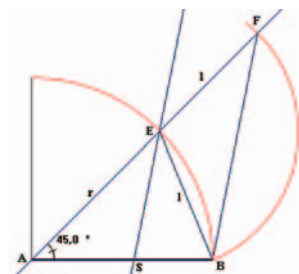
El rectángulo que mantiene la proporción cordobesa se llama rectángulo cordobés, y puede construirse fácilmente a partir del octógono regular.

Partiendo del segmento AB, levantamos una perpendicular por A y dibujamos la bisectriz del ángulo recto resultante. La circunferencia de centro A y radio AB corta a la bisectriz anterior en el punto E, formándose así el lado del octógono EB. La circunferencia de centro B y radio EB corta en C a la perpendicular a AB trazada desde B. Basta ahora trazar una paralela a AB por C para obtener D, y completar así el rectángulo cordobés ABCD.



7.3.2. División de un segmento según la razón cordobesa

Comenzamos con el segmento a dividir, AB, en posición horizontal. La construcción sigue los mismos pasos que la anterior, salvo que en vez de abatir el segmento EB sobre la perpendicular por B, lo que hacemos es abatirlo sobre la bisectriz girando en E. Se obtiene así el punto F.

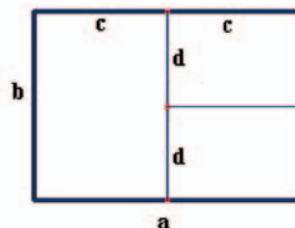
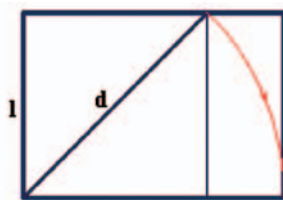


Unimos F con B y trazamos por E una paralela al segmento FB, la cual corta al segmento AB en el punto solución S. Los segmentos AS y SB están en proporción cordobesa.

7.4. Proporción raíz de dos

Otra proporción que también aparece bastante es la proporción $\sqrt{2} = 1'414...$, que es la que existe entre la diagonal y el lado de un cuadrado y, por ello, es de fácil construcción.

Una propiedad que hace especialmente útil al rectángulo raíz de 2 es que al partirlo en dos, por los puntos medios de los lados mayores, se obtienen dos rectángulos iguales que también son rectángulos raíz de 2. Esto se debe a que:



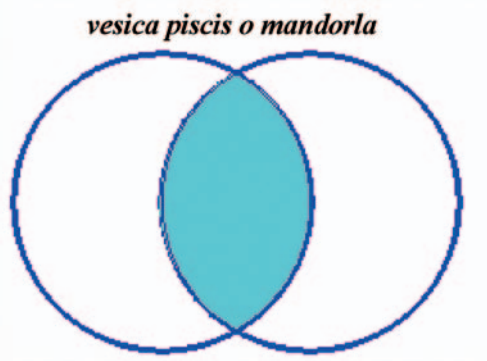
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

si $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ entonces $\frac{b}{c} = \frac{b}{a/2} = \frac{2b}{a} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

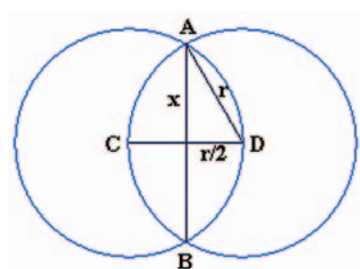
Esta propiedad anterior es la responsable de que las hojas de formato DIN (A1, A2, A3, A4) tengan esta proporción.

7.5. Proporción raíz de tres

La proporción $\sqrt{3} = 1,732...$ aparece en el arte ligada a la figura llamada “vesica piscis” o “mandorla”. Se trata de la figura, de forma casi elíptica y apuntada, producida por la intersección de dos círculos del mismo radio y cuyas circunferencias pasan por el centro de la otra. Ha representado el vientre de la Diosa Madre, el punto de surgimiento de la vida,... y aparece en ubicaciones importantes de muchas construcciones sagradas, desde los antiguos templos y círculos de piedra hasta las grandes catedrales medievales.



**Pantocrátor
del arca de
San Millán**



La relación con la proporción raíz de tres podemos verla en esta figura.

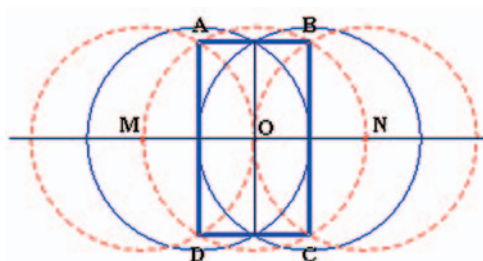
Aplicando Pitágoras

$$x = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}r$$

Luego $\frac{AB}{CD} = \frac{\sqrt{3}r}{r} = \sqrt{3}$

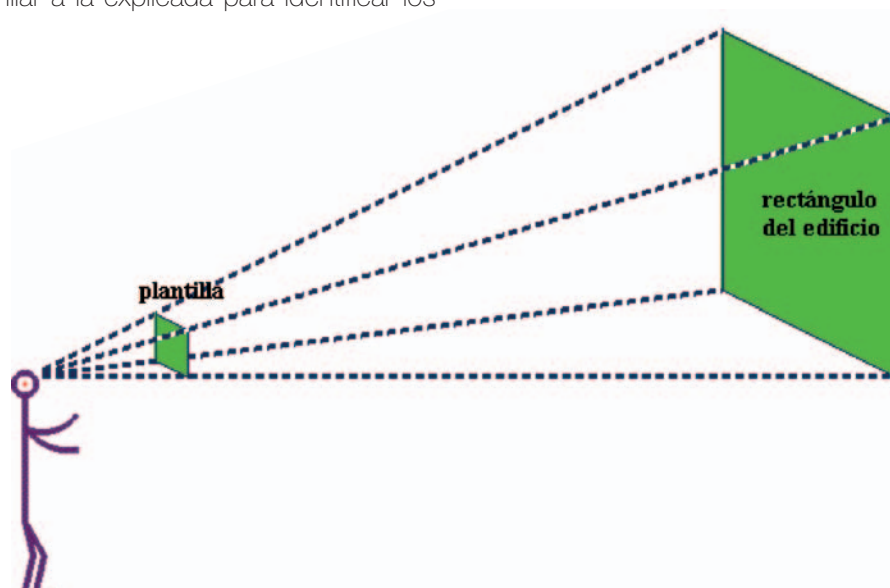
7.5.1. Construcción de un rectángulo raíz de tres

Partiendo de la construcción de la mandorla, dibujamos los dos segmentos perpendiculares y trazamos tres circunferencias auxiliares, del mismo radio que las iniciales, con centros en los cortes O, M y N. Las intersecciones, A, B, C y D, entre ellas nos dan el rectángulo buscado.



7.6. Actividades con las proporciones especiales

Básicamente, los ejercicios que se proponen en el libro relacionados con las proporciones especiales son los de reconocerlas sobre el terreno, sobre fotos o sobre planos. Para ello se pueden utilizar dos procedimientos: medir directamente y calcular los cocientes correspondientes, o utilizar plantillas de forma similar a la explicada para identificar los tipos de arcos.



7.6.1.

Construye plantillas de cartulina de los rectángulos de las proporciones áurea y cordobesa y de las asociadas a los primeros cinco números raíz. Realiza los dibujos utilizando regla y compás y tomando para todos ellos unas medidas en las que el lado menor sea próximo a 13 cm.



8

APÉNDICE C – FRISOS

- 8.1. Conceptos básicos
- 8.2. Clasificación de los frisos
- 8.3. Algoritmo para clasificar un friso
- 8.4. Actividades con frisos



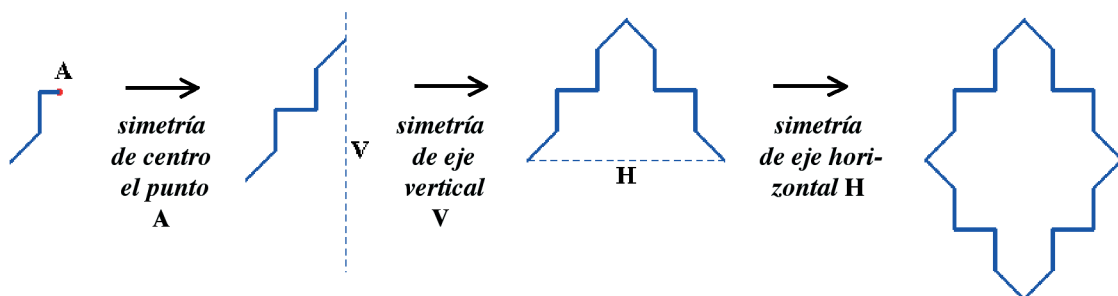
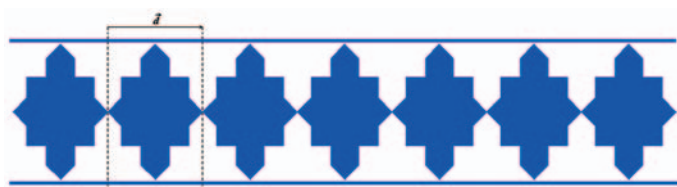
APÉNDICE C - FRISOS

Exponemos a continuación unos conocimientos básicos sobre frisos, necesarios para realizar algunos de los ejercicios propuestos, y que no siempre encontramos en los libros de texto de los alumnos.

8.1. Conceptos básicos

Un **friso** o **cenefa** es una figura plana que se genera por la traslación repetida de una figura base o “motivo” con un determinado vector. En lo que sigue consideraremos que el friso es ilimitado en los dos sentidos correspondientes a la dirección del vector de traslación.

Muchas veces encontraremos que el “motivo” del friso está a su vez generado, mediante movimientos, a partir de un elemento generador más sencillo.



En un friso cualquiera encontraremos siempre traslaciones que lo transforman en sí mismo, pero muchas veces podremos encontrar también otros movimientos que igualmente lo dejan invariante. Estos movimientos sólo pueden ser:

- Simetrías H, de eje horizontal (eje paralelo al vector traslación).
- Simetrías V, de eje vertical (eje perpendicular al vector traslación).
- Simetrías C, centrales (o giros de 180°).
- Deslizamientos D, que son los movimientos que resultan de aplicar una simetría de eje horizontal, seguida de una traslación de vector paralelo al eje de la simetría).

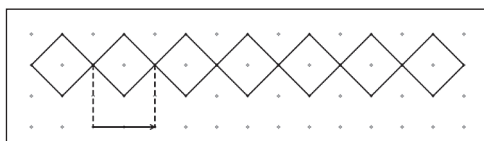


8.2. Clasificación de los frisos

Según los movimientos que los dejan invariantes existen siete tipos de frisos. No hemos usado la nomenclatura técnica internacional por no parecernos apropiada para este nivel.

Frisos THV

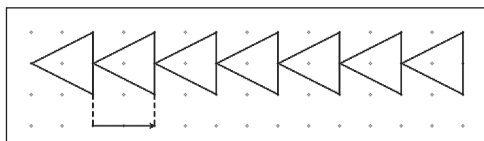
Son los que admiten traslaciones, simetría horizontal y simetrías verticales. Ej.:



Estos frisos también admiten simetrías centrales y deslizamientos y, por ello, constituyen el tipo de friso con grupo de simetrías más completo.

Frisos TH

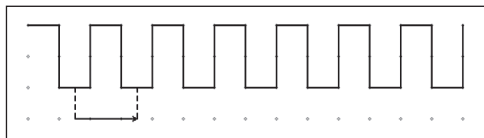
Son los que admiten traslaciones y simetría horizontal. Ej.:



También admiten deslizamientos, pero no simetrías verticales ni centrales.

Frisos TVC

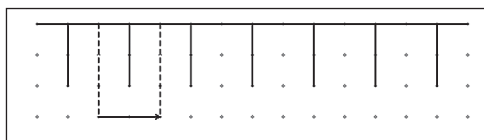
Son los que admiten traslaciones, simetrías verticales y centrales. Ej.:



También admiten deslizamientos, pero no simetría horizontal.

Frisos TV

Son los que admiten traslaciones y simetrías verticales. Ej.:



No presentan deslizamientos, simetría horizontal ni simetrías centrales.

Frises TC

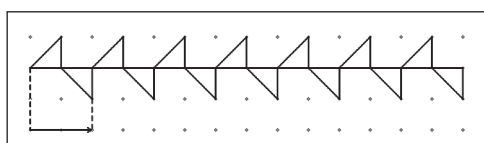
Son los que admiten traslaciones y simetrías centrales. Ej.:



No presentan deslizamientos, ni simetría horizontal ni simetrías verticales.

Frises TD

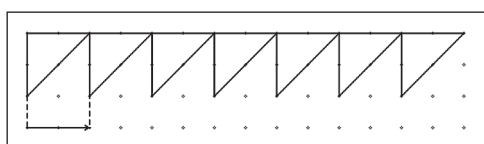
Son los que admiten traslaciones y deslizamientos. Ej.:



No presentan simetría horizontal, ni simetrías verticales ni simetrías centrales.

Frises T

Son los que sólo admiten traslaciones. Ej.:



No presentan deslizamientos ni simetría horizontal, ni simetrías centrales o verticales.

8.3. Algoritmo para clasificar un friso

Para **clasificar un friso** dado pueden seguirse distintos algoritmos. Uno de ellos, siguiendo nuestra nomenclatura, es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Simetría H} \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Simetría V} & \rightarrow \mathbf{THV} \\ \text{NO simetría V} & \rightarrow \mathbf{TH} \end{array} \right. \\ \text{NO simetría H} \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Simetría V} & \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Simetría C} & \rightarrow \mathbf{TVC} \\ \text{NO simetría C} & \rightarrow \mathbf{TV} \end{array} \right. \\ \text{NO simetría V} & \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Simetría C} & \rightarrow \mathbf{TC} \\ \text{NO simetría C} & \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Deslizamiento} & \rightarrow \mathbf{TD} \\ \text{NO deslizamiento} & \rightarrow \mathbf{T} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$



A la hora de clasificar un friso podemos tener en cuenta o no el color. En la mayoría de los casos los frisos coloreados pertenecerán a grupos distintos, dependiendo de si tenemos en cuenta los colores o sólo las formas, al estudiar los movimientos que lo dejan invariante. Por ejemplo:



Si tenemos en cuenta el color, el friso anterior es del tipo TV, ya que no tiene simetría horizontal ni central, pero sí vertical. Y si sólo tenemos en cuenta las formas sería TVC, ya que en este caso aparecerían simetrías centrales con centro en el punto medio del segmento inclinado central de cualquiera de las líneas quebradas.

8.4. Actividades con frisos

Los ejercicios relacionados con los frisos que vienen en el libro son: cálculos métricos sobre las figuras implicadas en el friso, búsqueda de la figura base o motivo de un friso, búsqueda de elementos generadores y movimientos implicados, y dibujo o construcción de frisos a partir de elementos dados. Como ejemplo de este último tipo de actividad hemos elaborado un friso de cada uno de los tipos posibles a partir del logotipo del Real Alcázar.



8.4.1. ¿De qué tipo son cada uno de los frisos siguientes?





9

APÉNDICE D – ROSETONES

9.1. Conceptos básicos

9.2. Actividades

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla



APÉNDICE D - ROSETONES

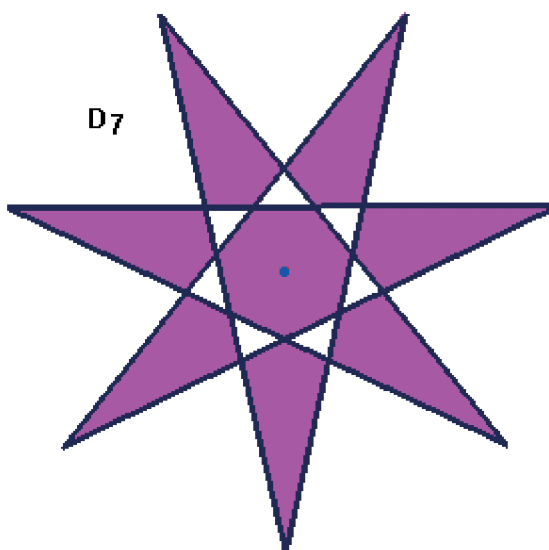
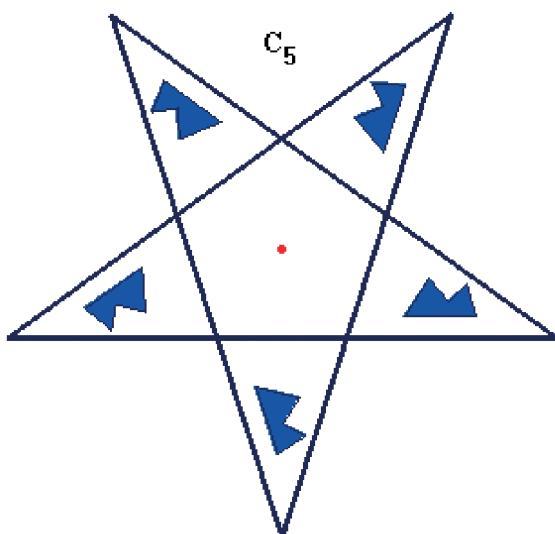
9.1. Conceptos básicos

Los **rosetones** son figuras planas decorativas que cumplen el siguiente requisito: todos los movimientos que las transforman en sí mismas tienen un mismo punto fijo **O**, al que se llama **centro** de la figura. Por ello, se dice que los rosetones tienen grupo de simetría puntual o, también, de Leonardo, en homenaje a Leonardo da Vinci que los utilizó mucho en sus diseños arquitectónicos

Según el tipo de movimientos que los transforman en sí mismo, los rosetones se clasifican en:

- a) **Rosetones cíclicos C_n** , que son aquellos que sólo se transforman en sí mismos mediante giros de centro **O** y ángulo múltiplo de $360/n$.
- b) **Rosetones diedrales D_n** : que son aquellos que sólo se transforman en sí mismos mediante giros de centro **O** y ángulo múltiplo de $360/n$, y mediante simetrías axiales de ejes n rectas que pasan por el centro **O** y forman entre sí ángulos de grados $360/n$.

Ejemplos:



9.2. Actividades

9.2.1.

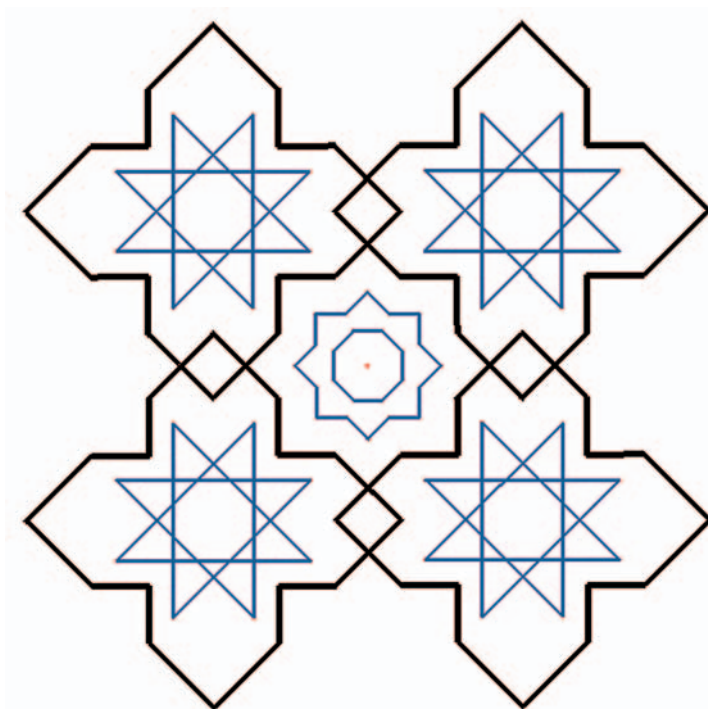
Sal por tu ciudad, haz fotos de rosetones de casas, iglesias o de otros edificios (o en el Alcázar), analiza los movimientos que los dejan invariantes y di de qué tipos son.

9.2.2.

Invéntate y dibuja, con regla y compás o con el programa Cabri, rosetones de todos los tipos desde C_1 hasta C_8 y desde D_1 hasta D_8 .

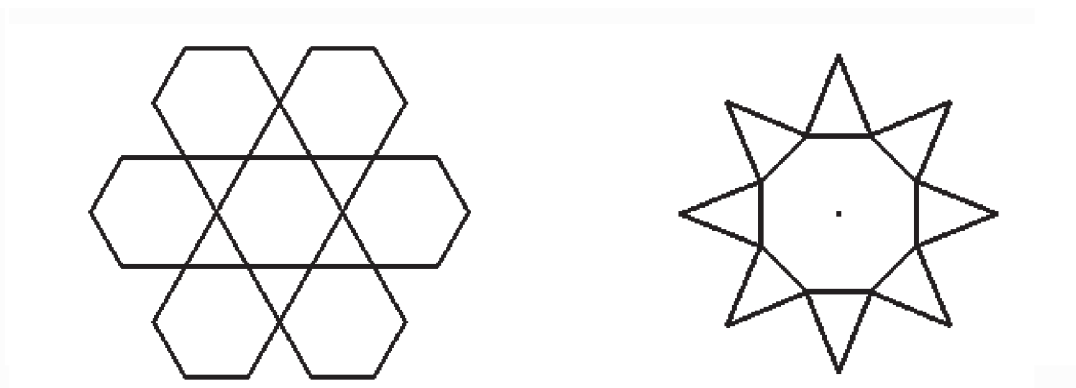
9.2.3.

En el artesanado del techo de los corredores que rodean el Patio de las Doncellas puedes encontrar un diseño cuyo esquema es el dibujo de la derecha. Clasifica este dibujo como rosetón, especificando los movimientos que lo dejan invariante.



9.2.4.

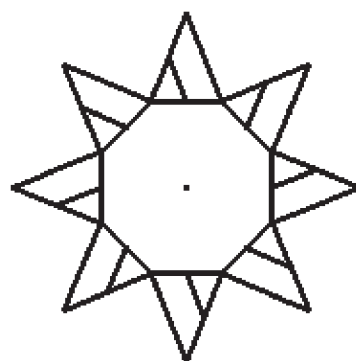
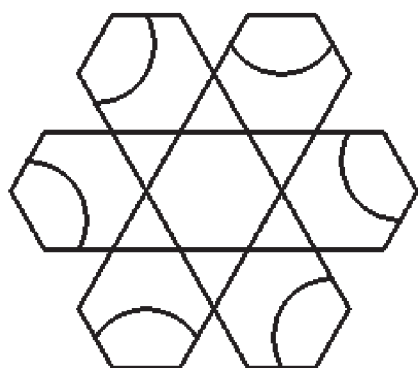
En el Alcazar de Sevilla puedes encontrar los siguientes rosetones.

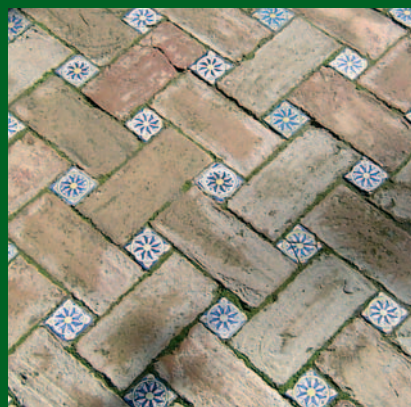


En el alicatado del Salón de Sevillanos

En el alicatado del Patio de las Doncellas

- a) Encuentra los movimientos que dejan invariantes cada una de estas figuras.
- b) ¿A qué tipos de rosetones pertenecen?
- c) Responde a la misma cuestión con las figuras modificadas tal como aparecen a continuación.





10

APÉNDICE E – MOSAICOS

10.1. Mosaicos periódicos planos

10.2. Mosaicos de un solo tipo de teselas

10.3. Mosaicos con más de un tipo de teselas



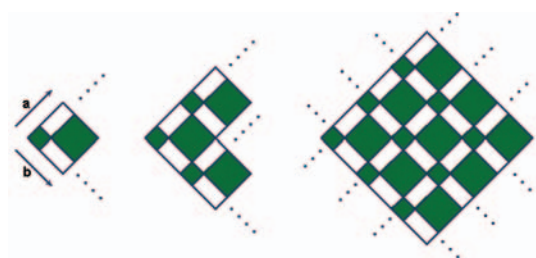
APÉNDICE E - MOSAICOS

Se llama **mosaico** al trabajo artístico hecho acoplando sobre una superficie trozos de piedra, vidrio, cerámica u otros materiales, de manera que llenen dicha superficie sin dejar huecos entre ellos. El arte del mosaico tiene sus orígenes en el comienzo de las civilizaciones, desde que se empiezan a utilizar piedras para recubrir suelos o hacer o adornar paredes.

Dentro de todos los mosaicos, destacan por su interés matemático aquellos cuyas piezas, o **teselas**, son todas exactamente iguales a una o a un número pequeño de ellas, y presentan un cierto patrón o regularidad en su formación. Entre éstos, tienen una gran presencia en todo tipo de decoraciones, y en particular en la del Alcázar, los llamados mosaicos periódicos planos. Esta profusión ha sido aprovechada para proponer, en los distintos recintos, actividades relativas a movimientos y a la identificación de los elementos básicos de mosaicos periódicos planos, tal como se explican aquí.

También en este apéndice, hemos incluido información sobre algunos de los procedimientos más comunes de generación de mosaicos. Pensamos que la motivación que quizás se obtenga de la belleza de los modelos contemplados en los Reales Alcázares, puede ser utilizada para proponer a nuestros alumnos actividades de creación de mosaicos, donde pueden desplegar imaginación e ingenio, y poner a prueba su creatividad artística.

10.1. Mosaicos periódicos planos



Son aquellos que pueden generarse mediante la traslación repetida de un único “motivo”, o figura plana, según dos vectores linealmente independientes (de distinta dirección) y sus múltiplos enteros. A continuación tienes un ejemplo de generación de un mosaico periódico a partir de un motivo formado por cuatro polígonos: dos rectángulos blancos iguales y dos cuadrados verdes diferentes.

Al igual que ocurre con los frisos, existe una clasificación de los mosaicos periódicos planos atendiendo a los movimientos que los dejan invariantes y suponiendo que se extienden indefinidamente en todas las direcciones del plano. El cristalógrafo ruso J. Stepánovich Fiódorov fue el primero en estudiarlos desde este punto de vista, y en demostrar que sólo existen 17 tipos básicos entre la infinita variedad de decoraciones con mosaicos periódicos planos. Estas 17 estructuras básicas reciben el nombre de **grupos cristalográficos planos**, debido a que están íntimamente relacionadas con las estructuras moleculares cristalinas. Se sabe que hay mosaicos de los 17 tipos



en la decoración de la Alhambra y, que sepamos, está por hacer el estudio análogo para el Alcázar de Sevilla.

Hemos creído que esta clasificación de Fiódorov va más allá del nivel de los alumnos a los que se dirigen las actividades de este libro, y no se han incluido cuestiones en este sentido, como sí se ha hecho en los ejercicios sobre frisos, donde la complejidad de la clasificación es menor. Nos ha parecido más adecuado que las tareas propuestas sobre estos mosaicos se centraran en el trabajo con movimientos, en la identificación de motivos mínimos, paralelogramos fundamentales, baldosas rectangulares mínimas y elementos generadores.

Elementos de los mosaicos periódicos planos

Cuando se estudia cómo está generado un mosaico periódico, mediante movimientos a partir de elementos más simples, se manejan los tres conceptos básicos siguientes:

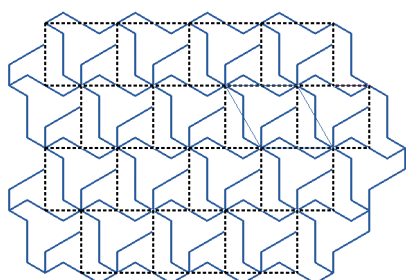
- **Motivo mínimo**, que es una figura plana “mínima”, compuesta de una o varias piezas o teselas iguales o diferentes, capaz de generar el mosaico mediante traslaciones repetidas según dos vectores de diferente dirección y sus múltiplos enteros. El calificativo de “mínimo” se refiere a que el motivo mínimo no contenga una parte más pequeña que sea a su vez motivo mínimo del mosaico. Para cada mosaico periódico pueden existir varios motivos mínimos distintos.
- **Paralelogramo fundamental**. Se demuestra que en todo mosaico periódico se puede encontrar al menos un paralelogramo fundamental ABCD, que es una región del mosaico en forma de paralelogramo, tal que es mínimo, en el mismo sentido explicado en el apartado anterior, y tal que todo el mosaico es generado por la traslación de este paralelogramo mediante los vectores AB y AD correspondientes a dos lados no paralelos y sus múltiplos enteros.
- **Elemento generador**. Llamaremos así a una parte de un motivo mínimo que sea capaz de generar el motivo mínimo completo mediante movimientos (giros, traslaciones, simetrías, ...).

Para aclarar estos conceptos veremos dos ejemplos, uno atendiendo sólo a las formas y otro teniendo en cuenta los colores de las piezas. Los dos están basados en la figura de contorno azul adjunta, que llamaremos pajarita de lados rectos, y que podemos imaginar como procedente de un triángulo equilátero, tal como se ve en el dibujo.

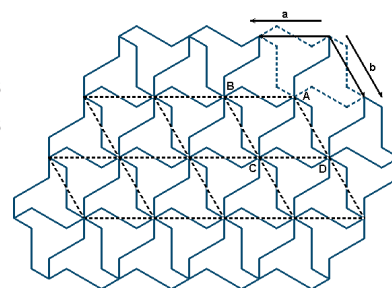


Ejemplo 1

Un **motivo mínimo** de este mosaico es la figura señalada con el borde a trazos en azul, formada por la unión de dos pajaritas contiguas en la parte superior derecha del dibujo. A trazos negros aparece un **paralelogramo fundamental** trasladado varias veces.



Cuando se encuentra un paralelogramo fundamental en un mosaico, podemos obtener a partir de él lo que llamaremos **baldosa rectangular mínima**, que es un rectángulo que contiene un dibujo capaz de “embaldosar” el plano, mediante traslaciones, formando el dibujo del mosaico completo. En el dibujo de la derecha tenéis un embaldosado rectangular correspondiente al mosaico anterior.



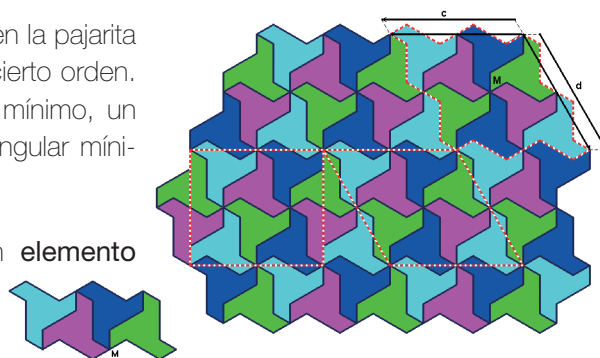
En la siguiente secuencia de dibujos, podemos ver como se puede generar el motivo mínimo del mosaico anterior, a partir de un pequeño paralelogramo, que hace aquí de **elemento generador**. Dos giros de 120° , alrededor del vértice O, forman la pajarita, y una simetría de centro A termina la figura que hace de motivo mínimo.



Ejemplo 2

Este mosaico adjunto está basado también en la pajarita de lados rectos, pero se ha coloreado con un cierto orden. Se han señalado, con trazos rojos, un motivo mínimo, un paralelogramo fundamental y una baldosa rectangular mínima. Todo teniendo en cuenta los colores.

El fragmento de la derecha constituye un **elemento generador** del mosaico anterior. Una simetría de centro M conduce al motivo mínimo señalado en el dibujo anterior.



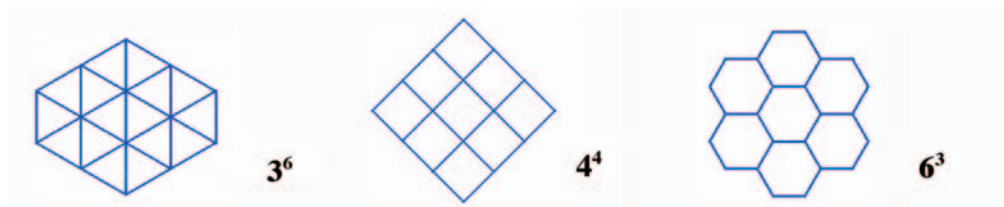
10.2. Mosaicos de un solo tipo de teselas

Entre todos los mosaicos que están formados con teselas todas iguales, vamos a describir los tipos más comunes, algunos de los cuales se prestan a una variabilidad muy adecuada para plantear a nuestros alumnos actividades de creación de mosaicos. Todos los modelos presentados aquí pueden ser coloreados, con uno o varios colores, siguiendo distintos patrones, periódicos o no, cambiando así sus propiedades de simetría.

10.2.1. Mosaicos regulares

Un mosaico se llama regular si todas las teselas son iguales a un mismo polígono regular y tienen todos sus vértices en contacto con vértices de otras teselas. Esta condición de los vértices es equivalente a exigir que en las uniones de las teselas los lados coincidan unos con otros de forma completa, y para expresarla simplificada se habla de uniones "vértice a vértice" o "lado a lado".

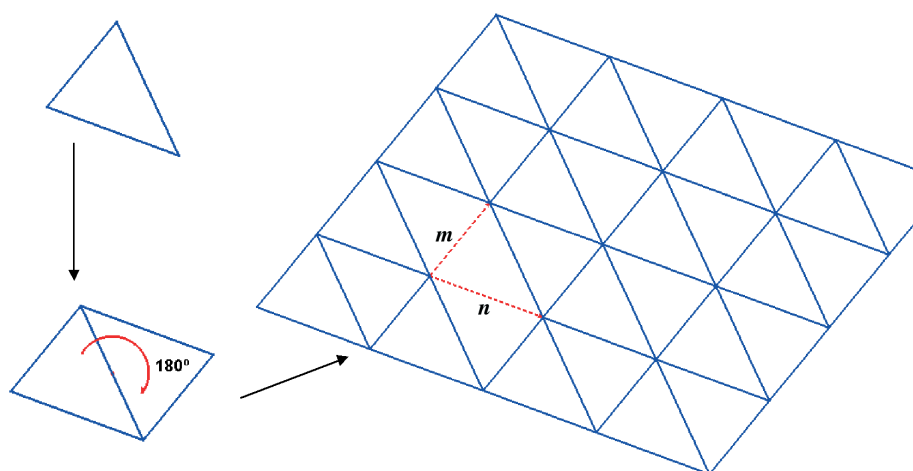
Como la suma de los ángulos en cada vértice debe ser 360° , para formar mosaicos regulares sólo valen polígonos regulares cuyos ángulos interiores midan un número de grados divisor de 360° . De aquí se deduce que sólo hay **tres tipos de mosaicos regulares**: los formados por triángulos equiláteros (ángulo interior de 60°), los formados por cuadrados (ángulo interior de 90°) y los formados por hexágonos regulares (ángulo interior de 120°). Helos aquí en los dibujos siguientes.



Los símbolos en forma de potencia, a^b , que aparecen debajo de cada dibujo se emplean en los mosaicos de teselas poligonales regulares y vértice a vértice para indicar cómo son las uniones en cada vértice, siendo la base a el número de lados de los polígonos concurrentes y el exponente b el número de polígonos concurrentes. Así 3^6 indicará que en cada vértice confluyen seis triángulos equiláteros. Lo mismo puede expresarse sin potencia en la forma $3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3$.

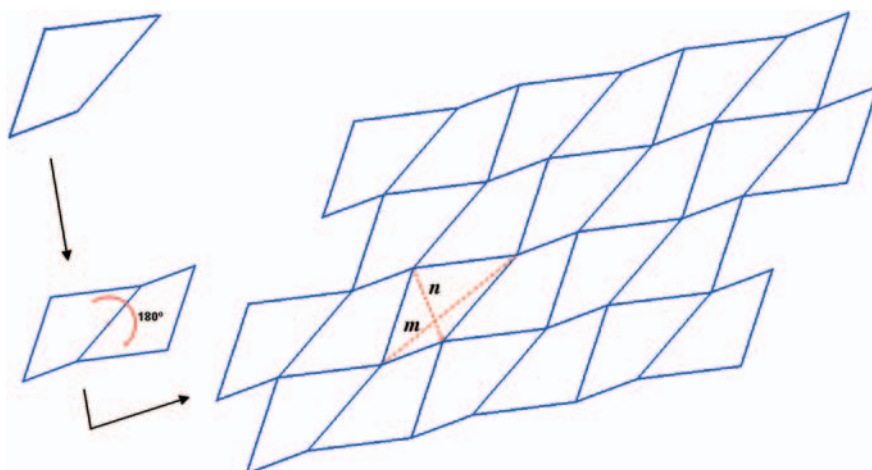
10.2.2. Mosaicos periódicos con triángulos no regulares

Con un triángulo cualquiera podemos obtener un paralelogramo sin más que añadirle el triángulo que resulta de girar el primero 180° , utilizando como centro el punto medio de cualquiera de sus lados. El paralelogramo obtenido tesela el plano de forma periódica, utilizando las traslaciones generadas por los múltiplos enteros de dos vectores, m y n , que sigan dos de los lados del triángulo inicial.

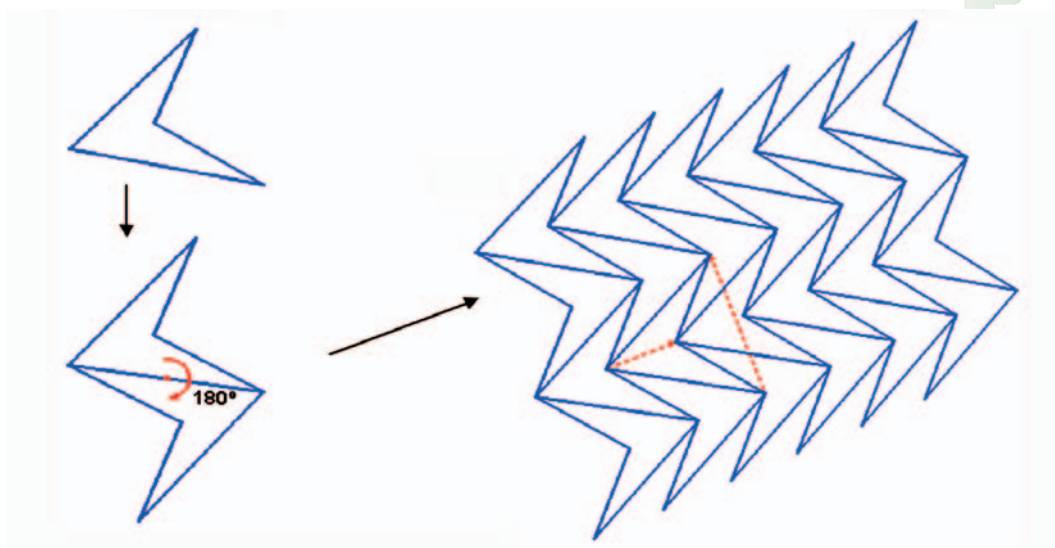


10.2.3. Mosaicos periódicos con cuadriláteros

Dado un cuadrilátero cualquiera, añadiéndole el que resulta de girarlo 180° respecto al punto medio de uno de sus lados, se obtiene una figura hexagonal que tesela el plano de forma periódica mediante las traslaciones generadas por los múltiplos enteros de los vectores, m y n , que siguen las diagonales del cuadrilátero.



El procedimiento sigue valiendo aunque el cuadrilátero no sea convexo, como podemos ver en el siguiente ejemplo.

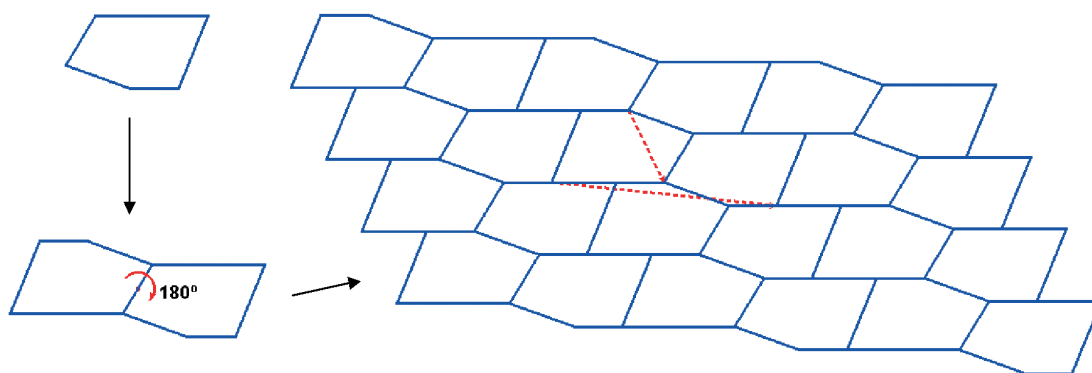


10.2.4. Mosaicos periódicos con pentágonos

Con sólo pentágonos regulares no es posible teselar el plano, debido a que el ángulo interior de estos polígonos no es divisor de 360° , pero sí es posible hacerlo con ciertos pentágonos no regulares. Se conocen actualmente catorce tipos de mosaicos periódicos de teselas pentagonales convexas todas iguales, y sigue abierta la cuestión de si hay o no más tipos. También se conocen muchos tipos de pentágonos no convexos capaces de teselar el plano. A continuación vamos a ver varios ejemplos de estos mosaicos periódicos pentagonales.

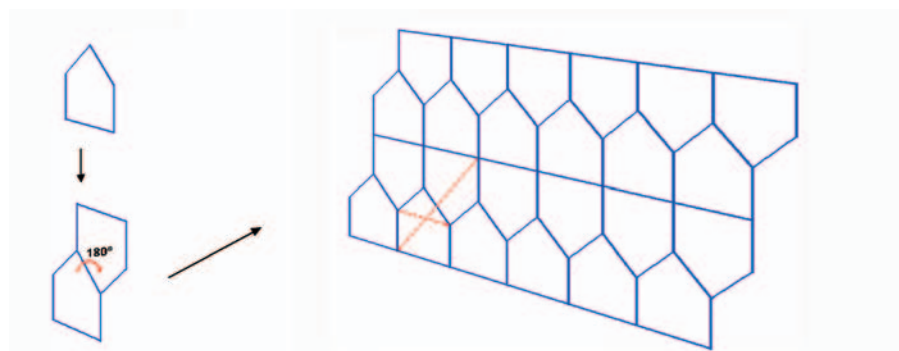
Ejemplo1

Es posible teselar el plano con cualquier pentágono convexo que tenga dos lados paralelos. Basta para ello adjuntar al pentágono dado su simétrico respecto al punto medio de uno de los lados distintos a los que son paralelos, obteniéndose así un motivo mínimo que genera el mosaico con las traslaciones adecuadas.



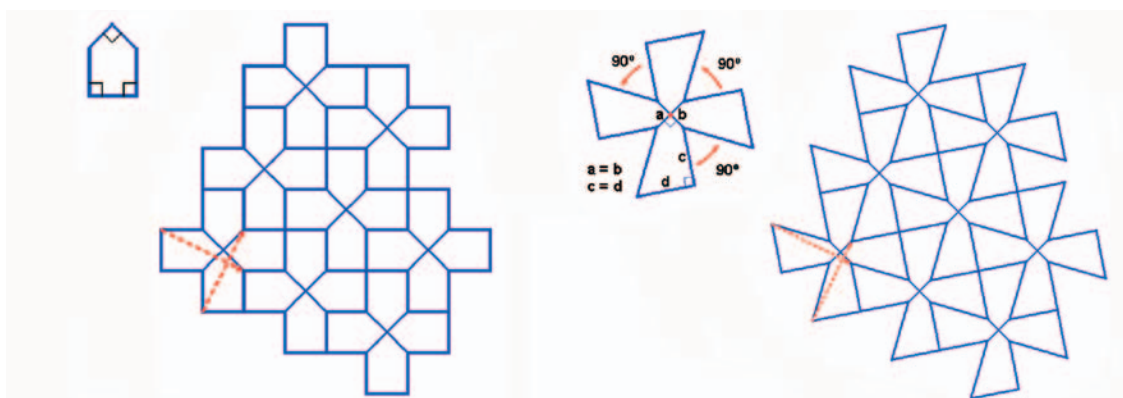
Ejemplo 2

Un caso particular del ejemplo anterior nos lo dan los llamados pentágonos “casita”, que se producen cuando los dos lados paralelos son de igual longitud.



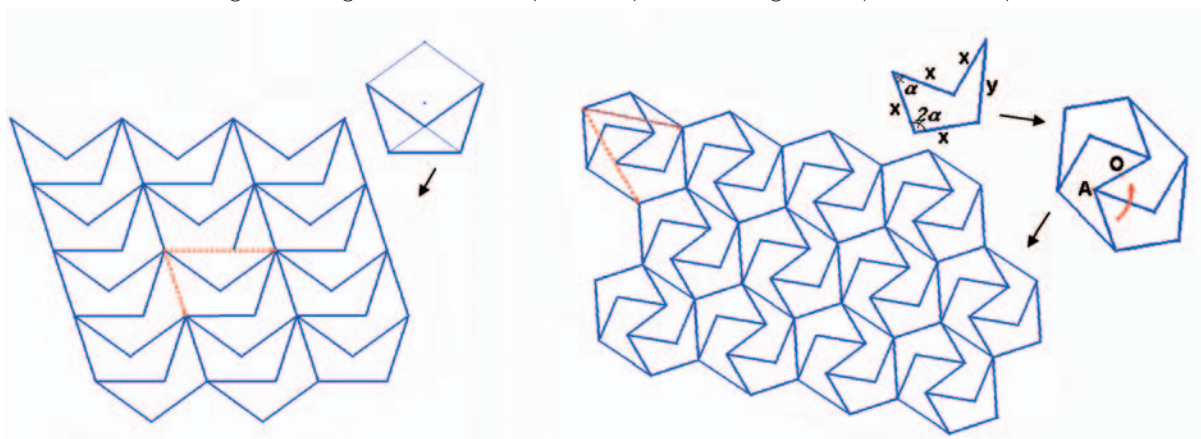
Ejemplo 3

Dentro de las “casitas” está el caso especial de la “casita recta” (véase dibujo a continuación), con la que, además de teselar como en el ejemplo 2, podemos formar el mosaico izquierdo del dibujo siguiente. Este mosaico es un caso particular de otro de los catorce tipos conocidos de mosaicos periódicos pentagonales convexos. Es el tipo que podríamos llamar “de cruces de pentágonos”, que se produce cuando la tesela pentagonal tiene dos ángulos rectos no consecutivos y, en cada uno de ellos, los lados que los forman son de igual longitud. En el mosaico de la derecha siguiente se puede ver un ejemplo de este tipo.



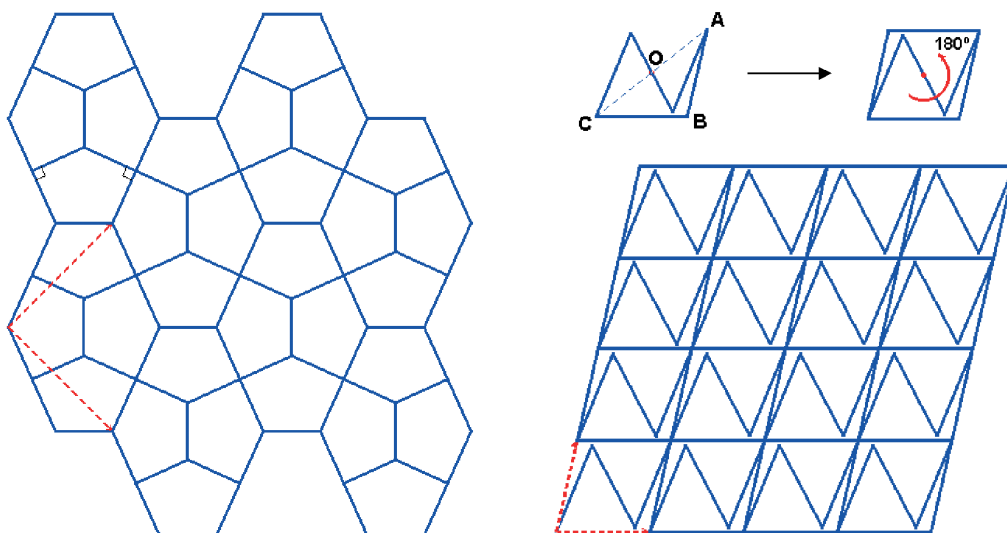
Ejemplo 4

Veamos ahora dos ejemplos con pentágonos cóncavos. El de la izquierda es un pentágono equilátero obtenido, como se indica en el dibujo, a partir de un pentágono regular. El de la derecha corresponde a una tesela pentagonal cóncava con cuatro de sus lados iguales y un ángulo doble del otro, tal como se indica en la figura. Girando a grados respecto al vértice A y haciendo simetría respecto al punto medio O, se obtiene una figura hexagonal de lados opuestos paralelos e iguales que tesela el plano.



Ejemplo 5

Finalmente, veamos dos ejemplos de teselas pentagonales equiláteras. La de la izquierda es un pentágono equilátero convexo donde hay dos ángulos no consecutivos rectos, que recibe el nombre de “tesela de El Cairo”, debido a que dicen que es típica en la pavimentación de calles en esa ciudad. Un motivo mínimo de este mosaico está constituido por cuatro teselas pentagonales que forman una figura hexagonal. El mosaico de la derecha se basa en una tesela pentagonal equilátera cóncava, que está construida a partir de un triángulo isósceles ABC , en el que se ha sustituido el lado desigual AC por una poligonal equilátera de tres lados y simétrica respecto al punto medio O de AC .

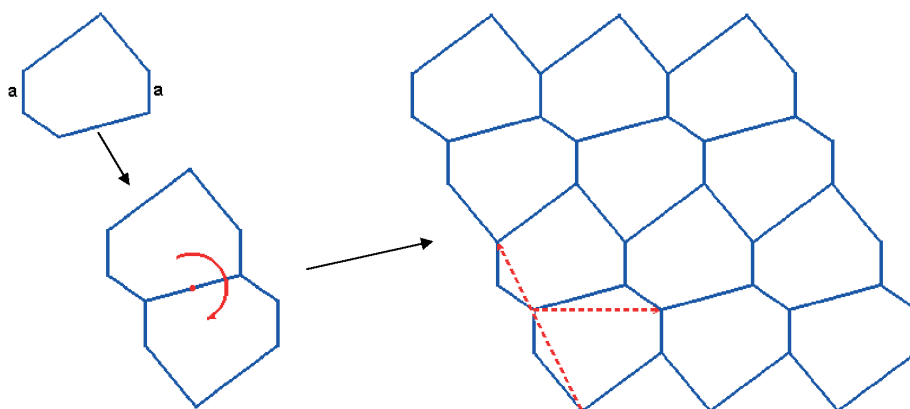


10.2.5. Mosaicos periódicos con hexágonos no regulares

Existen tres tipos básicos de hexágonos convexos y no regulares que teselan el plano y también lo hacen infinidad de hexágonos cóncavos.

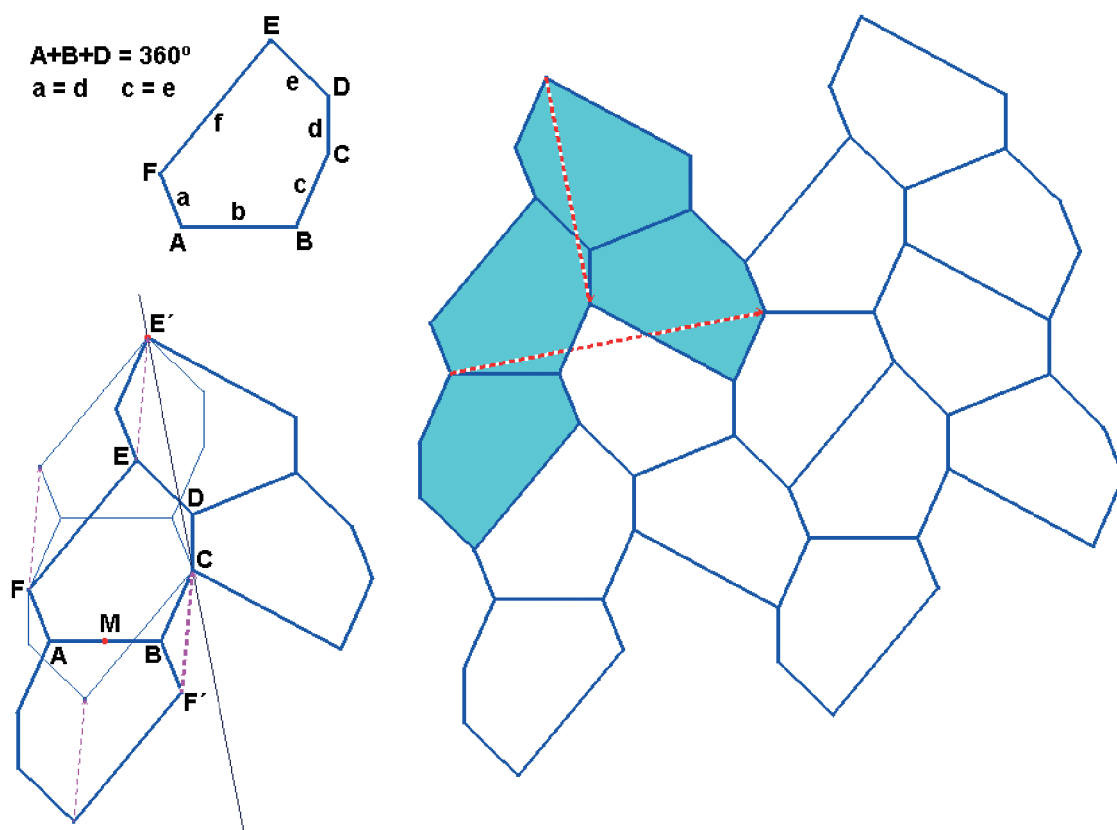
Tipo 1 de hexágonos convexos

Cualquier hexágono convexo donde dos lados opuestos (hay otros dos lados entre ellos en los dos sentidos) sean iguales y paralelos permite teselar el plano de forma periódica. Para obtener un motivo mínimo basta añadirle el hexágono simétrico respecto al punto medio de uno de los lados distintos a los paralelos. Véase el dibujo siguiente.



Tipo 2 de hexágonos convexos

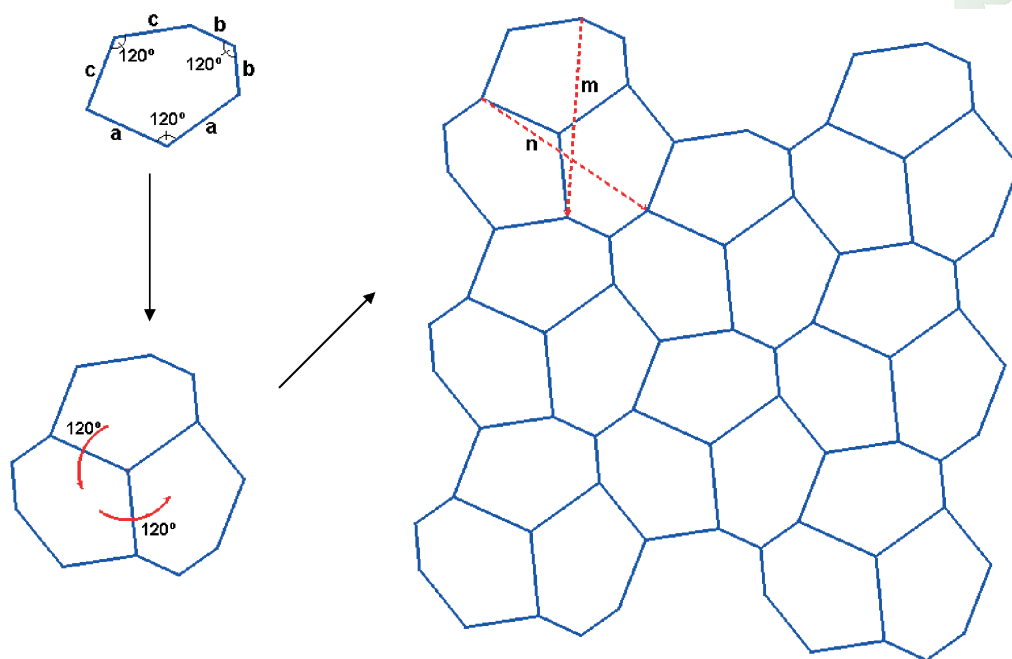
Cualquier hexágono convexo con $A+B+D = 360^\circ$, $a = d$ y $c = e$ (véase el dibujo siguiente) permite teselar el plano de forma periódica. El motivo mínimo se obtiene con cuatro teselas en la forma siguiente: 1) a la tesela original le añadimos la simétrica respecto al punto medio del lado AB; 2) realizamos una traslación de la pareja de hexágonos según el vector $\overrightarrow{FC}$; y 3) realizamos una simetría axial de la pareja trasladada usando como eje la recta que pasa por C y E' . El mosaico se genera por traslación del motivo mínimo (relleno en celeste) según los dos vectores rojos del dibujo que, ¡oh sorpresa!, ¡resultan perpendiculares!



Como utilizamos una simetría axial -movimiento inverso y, por tanto, con cambio en la orientación de la figura- para realizar este mosaico, tendremos que “darle la vuelta” a la tesela.

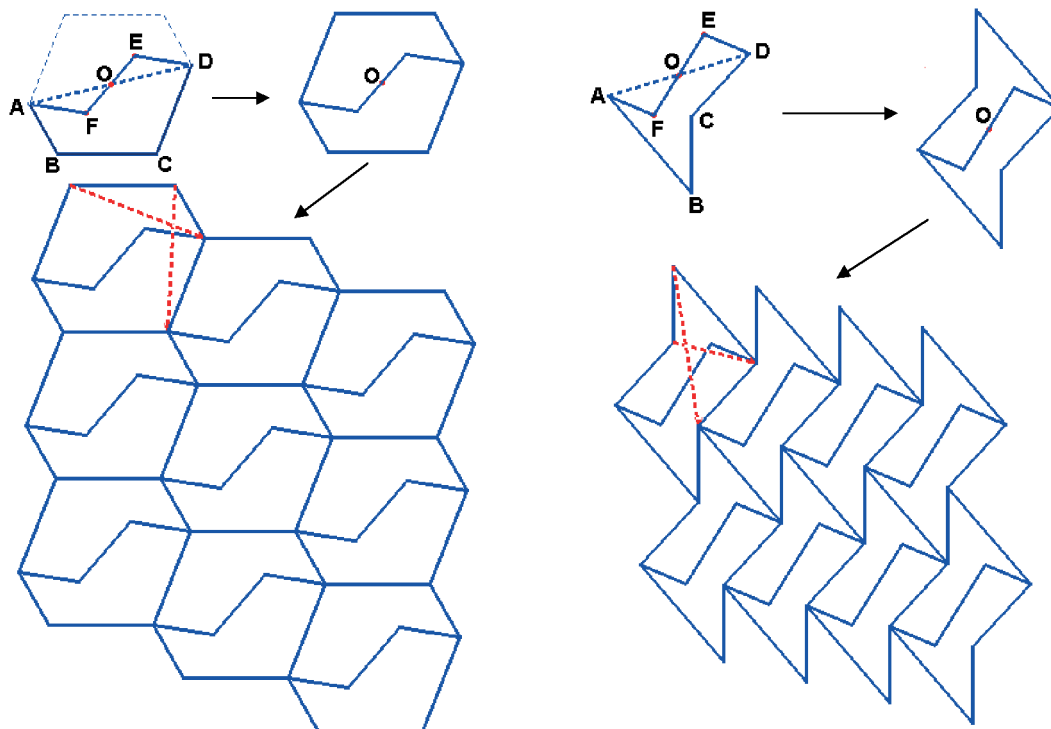
Tipo 3 de hexágonos convexos

Cualquier hexágono convexo con tres ángulos de 120° en vértices no consecutivos permite teselar en forma periódica, siempre que sean iguales entre sí los lados que forman cada uno de los ángulos de 120° . Para obtener un motivo mínimo con este tipo de tesela, basta con añadir al hexágono dado las figuras que resultan de hacerlo girar 120° dos veces alrededor de uno de los vértices que corresponden a uno de los ángulos de 120° . Se consigue así una figura formada por tres hexágonos, que genera el mosaico por traslación mediante los múltiplos enteros de los vectores m y n del dibujo.



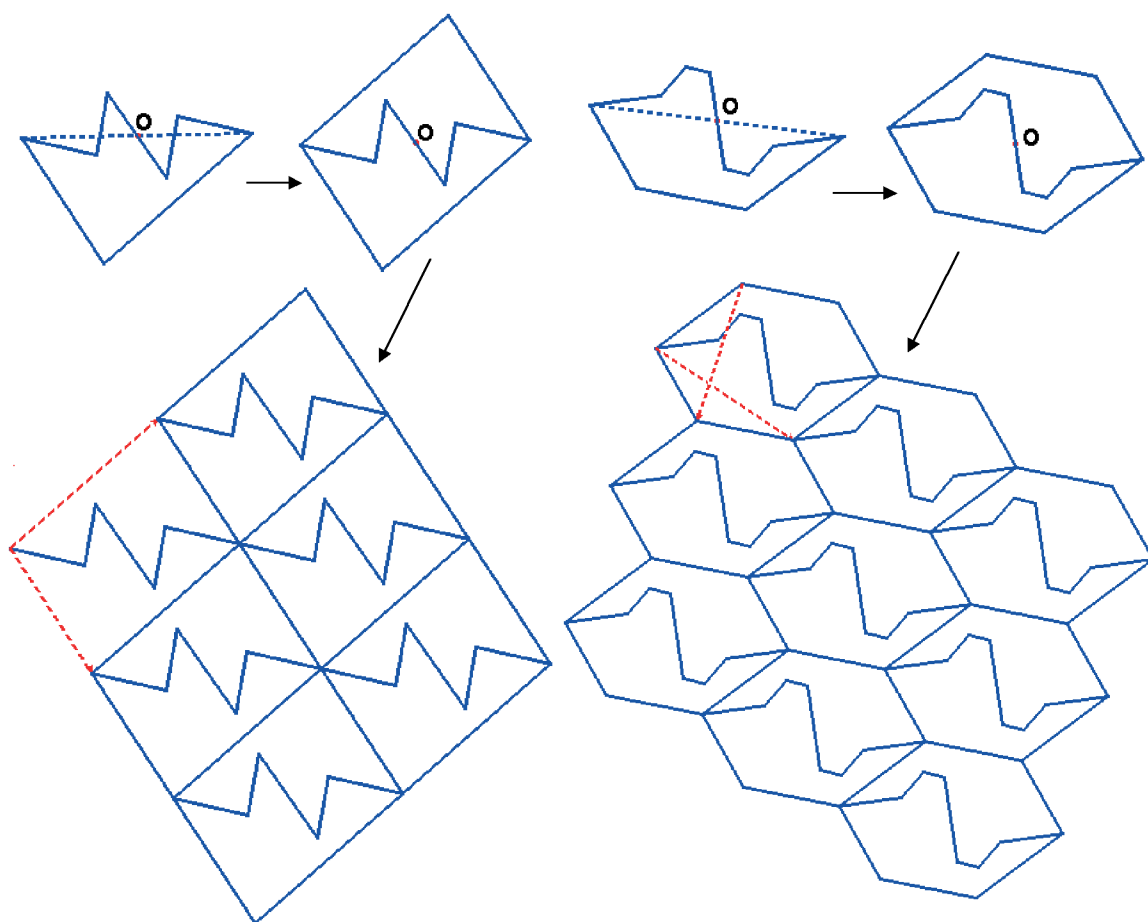
Ejemplo con hexágonos cóncavos

Partimos de un cuadrilátero y sustituimos uno cualquiera de sus lados (AD) por tres (DE, EF, FA), para obtener un hexágono cóncavo, en la forma siguiente. Tomamos un punto F cualquiera interior al cuadrilátero y E será su simétrico respecto al punto medio O del lado AD. Añadiendo al hexágono su simétrico respecto a O, conseguimos una figura hexagonal de lados paralelos que es el motivo mínimo del mosaico. Veamos dos ejemplos, uno siendo convexo el cuadrilátero inicial y otro siendo cóncavo.



10.2.6. Mosaicos periódicos con polígonos cóncavos de más de seis lados

Veremos ahora un procedimiento que permite obtener n -ágonos cóncavos ($n > 6$) capaces de teselar el plano de forma periódica. Si queremos uno con n impar, partimos de un triángulo, y si queremos uno con n par, comenzamos con un cuadrilátero. En ambos casos, el método consiste en reemplazar uno de los lados del polígono inicial por una poligonal simétrica respecto al punto medio O del lado sustituido, poniendo cuidado en elegir los nuevos vértices de forma que los lados no se corten entre sí. Luego, añadimos al n -ágono obtenido su simétrico respecto al punto O , y se forma un paralelogramo, si n es impar, o un hexágono de lados paralelos, si n es par, que constituyen sendos motivos mínimos que generan el mosaico con las traslaciones adecuadas. A continuación vienen dos ejemplos, un polígono cóncavo de siete lados y otro de diez lados.



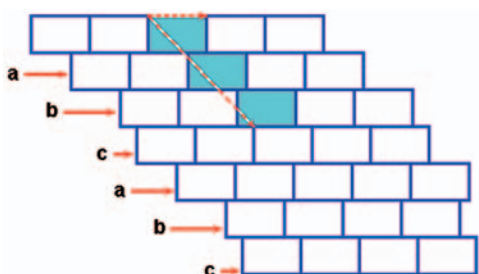
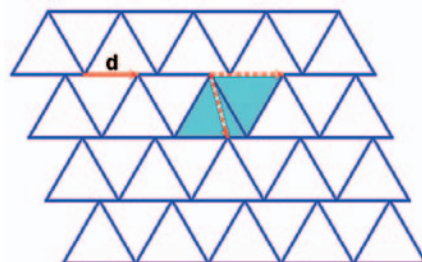
Este procedimiento también es igualmente válido si el lado del triángulo o del cuadrilátero se sustituye, no por una línea poligonal, sino por cualquier tipo de línea simétrica respecto a su punto medio y que no se corte a sí misma ni a los otros lados. Véanse los dos siguientes ejemplos, donde tenemos teselas con algunos bordes curvos.



10.2.7. Mosaicos en “bandas”

En algunos mosaicos aparecen las que se llaman “líneas de fractura”. Se trata de líneas rectas formadas íntegramente por lados de teselas y que dividen el mosaico en dos semiplanos. Muchas veces se presentan infinitas líneas de fractura igualmente separadas, dando lugar a “bandas” rectas iguales, como ocurre en los mosaicos regulares de triángulos equiláteros y en los de cuadrados, y también en otros muchos, como podemos observar en nuestros ejemplos de los epígrafes 10.2.2, 10.2.4 (ejemplo 2, ejemplo 4-izq., ejemplo 5-der.) y 10.2.6-izq. Estos mosaicos pueden dar lugar a otros, sin más que deslizar unas bandas respecto a otras en una cantidad arbitraria, obteniéndose una infinidad de mosaicos, que ya no serán vértice a vértice y que serán periódicos o no según se hagan los desplazamientos. Veamos algunos ejemplos.

En este mosaico de triángulos equiláteros cada banda está desplazada respecto a la anterior según un mismo vector $\mathbf{d}$, paralelo a las líneas de fractura. Resulta un mosaico periódico y se ha coloreado en celeste un motivo mínimo y en rojo a trazos los vectores que generan el mosaico.



En este de rectángulos cada banda está desplazada respecto a la anterior según un vector $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ o $\mathbf{c}$, siguiendo estrictamente la siguiente secuencia:

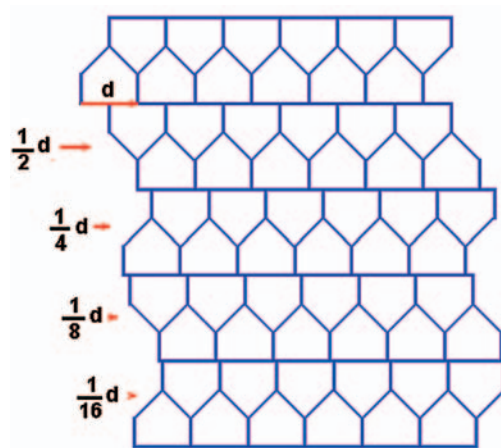
..... $\mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{c} \mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{c} \mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{c}$

También resulta un mosaico periódico y se han señalado, como en el ejemplo de la izquierda, el motivo mínimo y los vectores que generan el mosaico.

En éste de la izquierda, hecho de “pentágonos casitas”, a partir de una cierta banda elegida, cada banda hacia abajo está desplazada respecto a la anterior según una fracción del vector dado $\mathbf{d}$, de amplitud la base de las casitas, siguiendo estrictamente la siguiente secuencia:

$\mathbf{d}, \mathbf{d}, \mathbf{d}, \mathbf{d}, \dots$

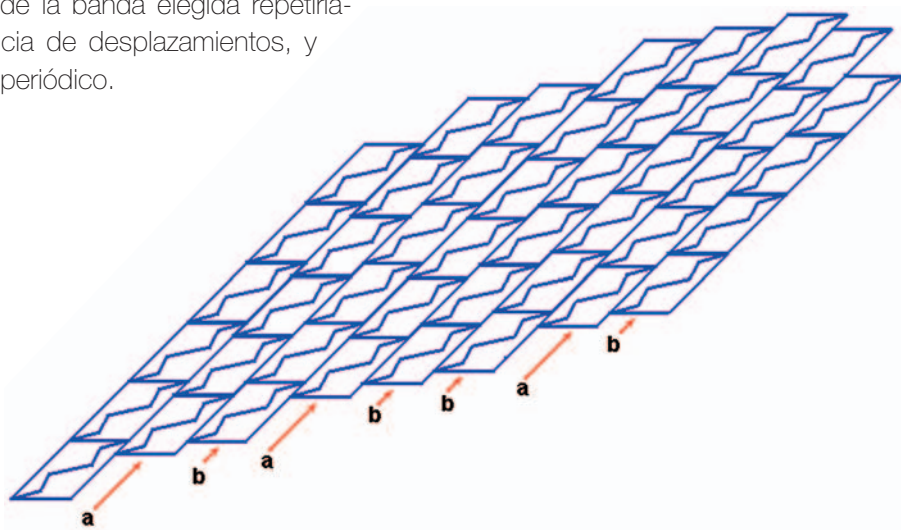
Análogamente hacemos hacia arriba, obteniéndose un mosaico que no es periódico.



En el siguiente, y último ejemplo, tenemos un heptágono cóncavo que forma bandas de paralelogramos. A partir de una cierta banda elegida, cada banda hacia la derecha está desplazada respecto a la anterior según uno de los vectores dados $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$, siguiendo la siguiente secuencia no periódica:

$\mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{a} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{a} \dots$

Hacia la izquierda de la banda elegida repetiríamos la misma secuencia de desplazamientos, y resulta un mosaico no periódico.

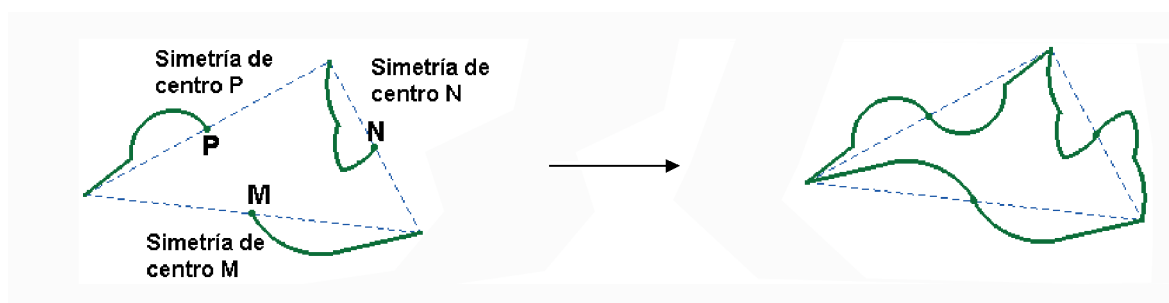


10.2.8. Mosaicos de modificaciones compensadas

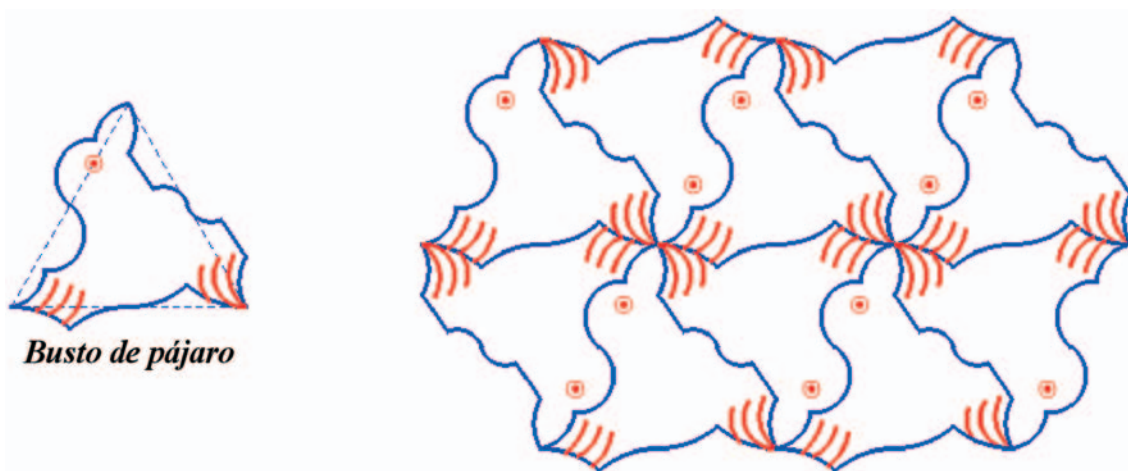
Tomando como partida un mosaico de los vistos, con teselas poligonales todas iguales, es posible en muchos casos sustituir los lados de las teselas por líneas de trazado irregular, curvo, recto o mezcla de los dos, manteniéndose la teselación. Esto ha de hacerse siguiendo ciertos procedimientos, de los que vamos a ver algunos ejemplos, y pueden conseguirse así teselas más artísticas, o más cercanas a las formas reales de objetos o animales. Básicamente se trata de realizar modificaciones en algunos lados del polígono base y mover esas modificaciones a otros lados utilizando ciertas traslaciones, giros o simetrías. Dentro de este tipo de teselas pueden incluirse muchas de las diseñadas por M. C. Escher y ciertos diseños correspondientes al arte nazarí.

Partiendo de un triángulo

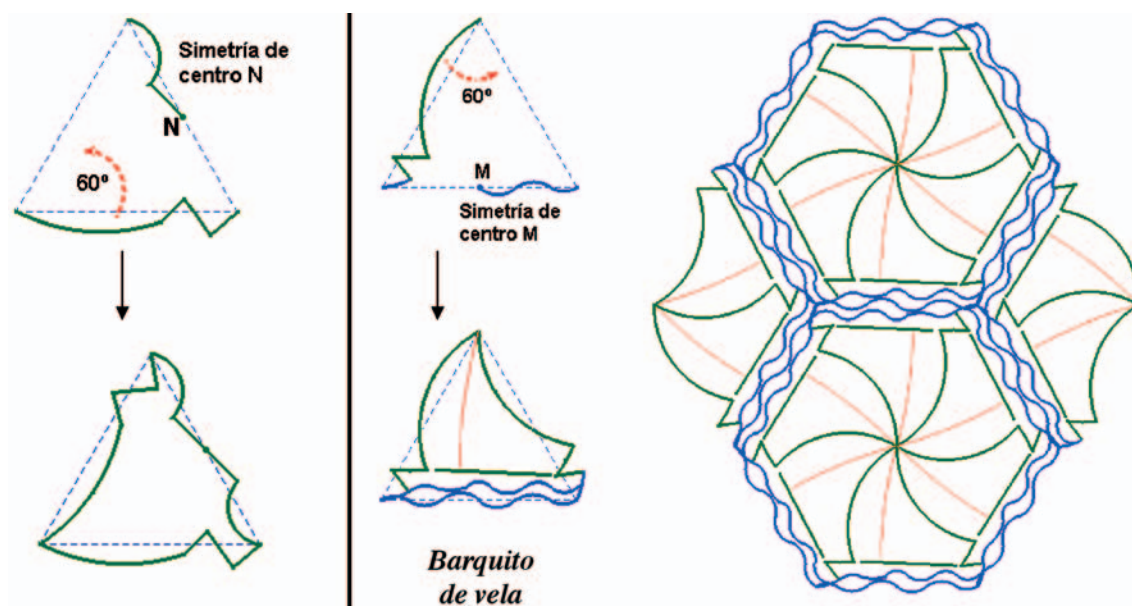
Método A: (Para triángulos cualesquiera). En cada lado, unimos uno de sus extremos con su punto medio siguiendo un trazado cualquiera que no se corte a sí mismo y, a continuación, añadimos el trazado simétrico respecto al punto medio, con lo que llegamos al otro extremo del lado. Una vez completada la modificación de los tres lados, añadimos a la tesela obtenida su simétrica respecto al punto medio de uno de sus lados, con lo que obtendremos un motivo mínimo que tesela de forma periódica.



Una vez diseñado así el contorno de la tesela, podemos, a nuestro gusto, colorearla o añadir trazos internos para aumentar el efecto que se pretenda. Como ejemplo, véase el siguiente ejemplo de este procedimiento.

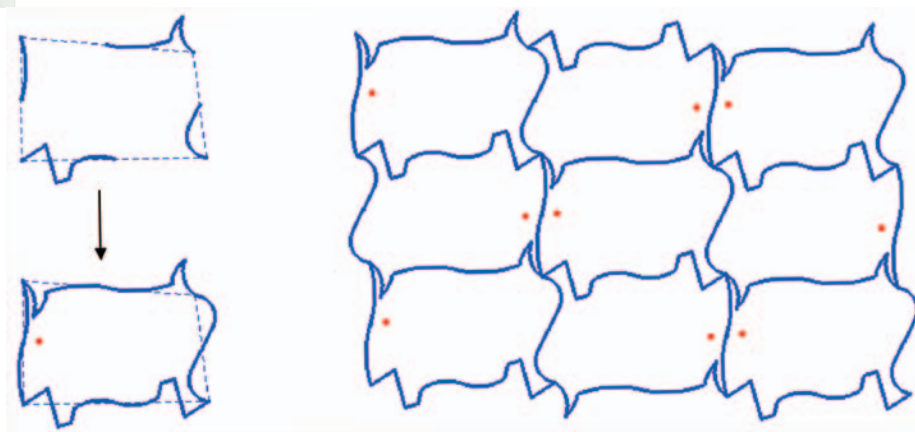


Método B: Con triángulos equiláteros, además del procedimiento anterior, podemos utilizar este otro. Sustituimos un lado, AC, por un trazado cualquiera y hacemos una copia de ese trazado girándolo 60° respecto a uno de sus extremos, C, de forma que coincida con otro lado, BC. El tercer lado, AB, se sustituye por un trazado simétrico respecto a su punto medio, como en el método A. A la tesela obtenida se le añaden cinco copias haciendo giros sucesivos de 60° respecto al punto C. Resulta así una figura de forma hexagonal que es el motivo mínimo del mosaico. Dos ejemplos:

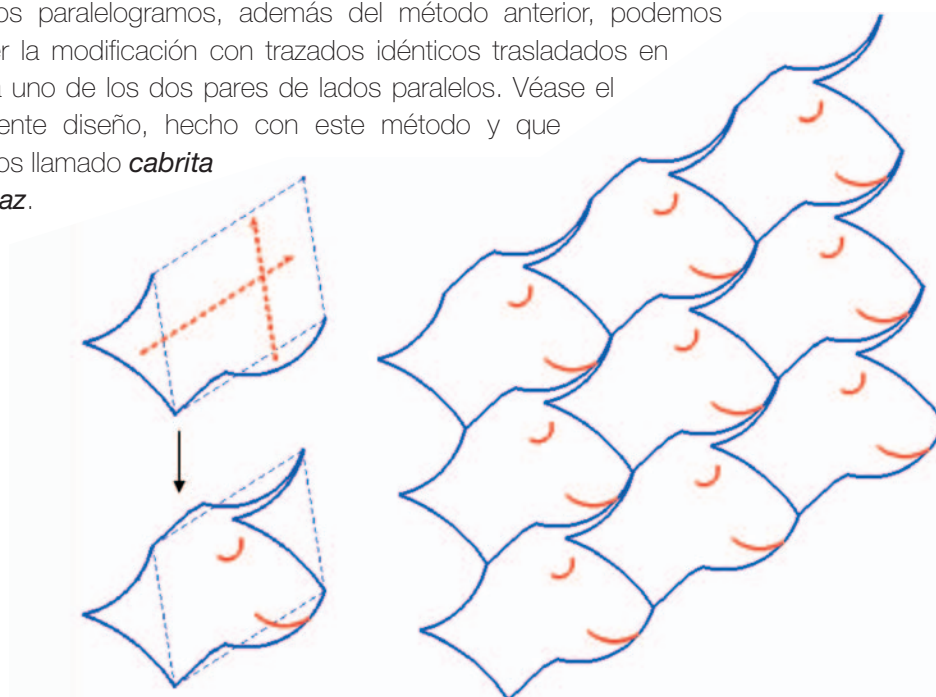


Partiendo de un cuadrilátero

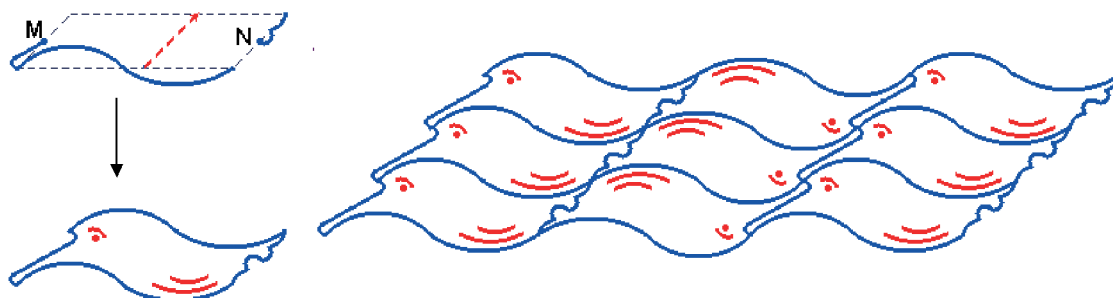
Método A: (Para cuadriláteros cualesquiera). Consiste en sustituir cada lado por un trazado simétrico respecto a su punto medio, tal como en el método A visto para triángulos. Véase el siguiente ejemplo, donde hemos encontrado un *bisonte*.



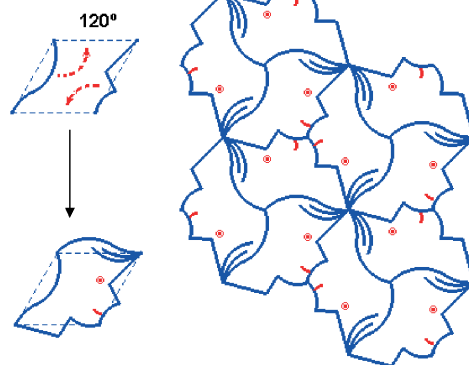
Método B: En los paralelogramos, además del método anterior, podemos hacer la modificación con trazados idénticos trasladados en cada uno de los dos pares de lados paralelos. Véase el siguiente diseño, hecho con este método y que hemos llamado ***cabrita en paz***.



Método C: También en los paralelogramos podemos utilizar trazados simétricos respecto al punto medio en dos lados opuestos y en los otros dos lados un mismo trazado trasladado de uno a otro. Como ejemplo, véase el siguiente ***pez tristón***. En los lados izquierdo y derecho hemos puesto un cierto trazado hasta el punto medio y, luego, hemos completado con su simétrico respecto a ese punto medio. En el lado superior hemos colocado el mismo trazado trasladado del inferior.

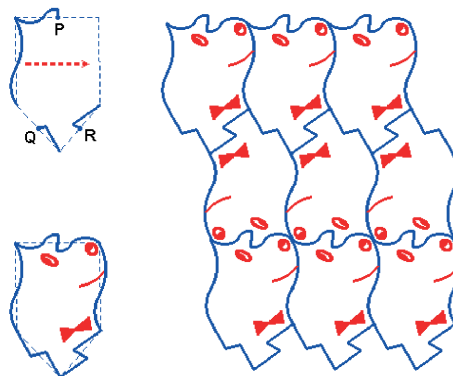


Método D: los rombos con ángulos de 60° y 120° y en los cuadrados, además de los métodos anteriores podemos utilizar este otro, que consiste en girar el trazado inventado sobre uno de los lados hasta hacerlo coincidir con el lado contiguo, y hacer lo mismo con el otro par de lados. Como ejemplo, obsérvese el siguiente *muchachote*.

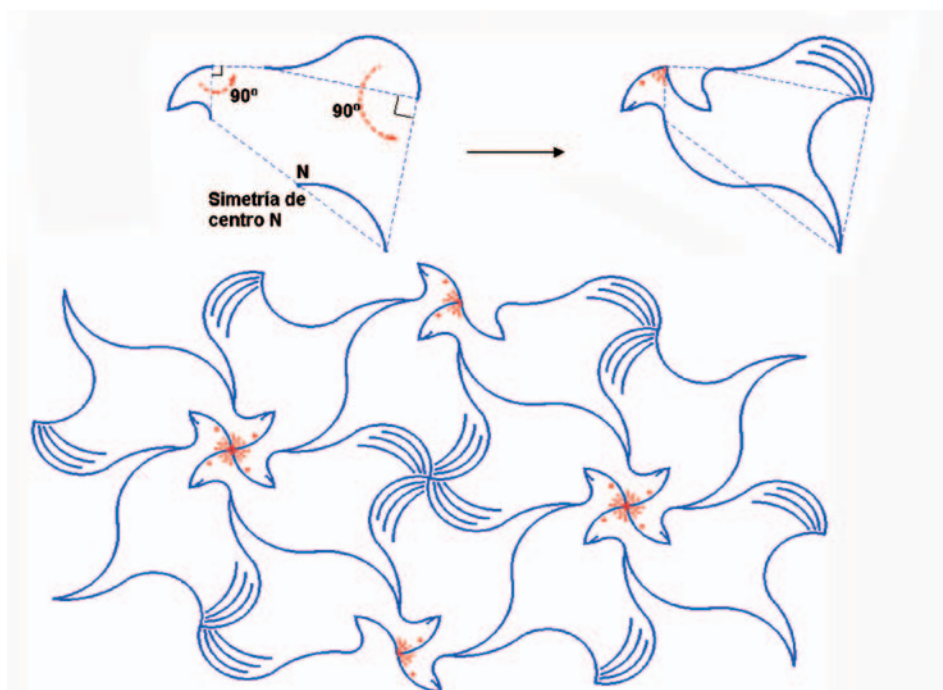


Partiendo de un pentágono

Método A: Para pentágonos "casita" (dos lados paralelos e iguales) podemos utilizar trazados idénticos, trasladado uno del otro, en los lados paralelos, y trazados simétricos respecto al punto medio en cada uno de los otros tres lados. Véase, como ejemplo, esta *cabeza de tortuguito*.

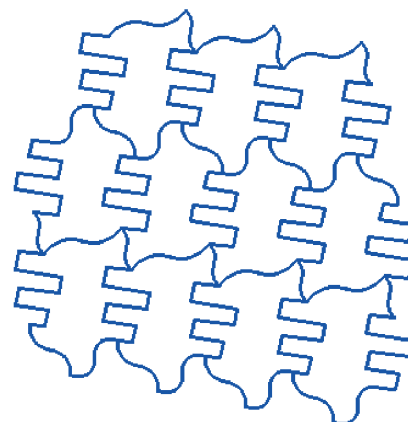
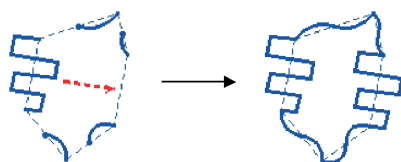


Método B: Para mosaicos "de cruces de pentágonos" (ejemplo 3 de 10.2.4) podemos realizar las siguientes modificaciones: en cada par de lados contiguos e iguales de los que forman ángulo recto hacemos el mismo trazado, girado 90° uno respecto al otro, y en el lado restante un trazado simétrico respecto a su punto medio. Aquí tienes este *dragoncillo* como ejemplo de este caso.

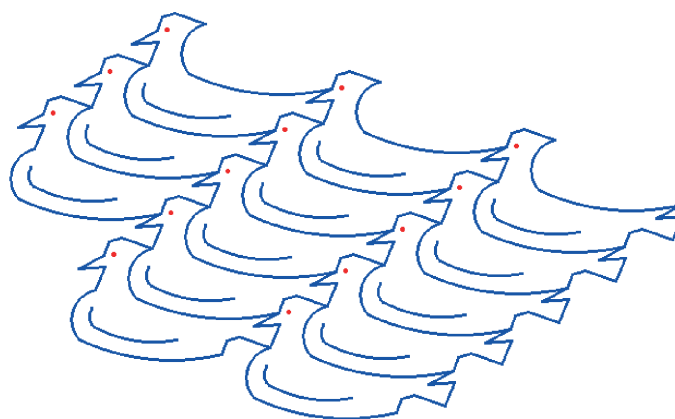
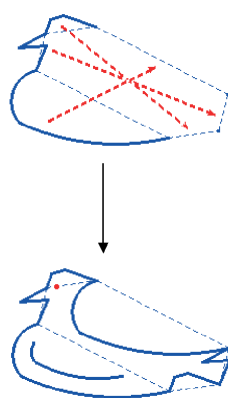


Partiendo de un hexágono

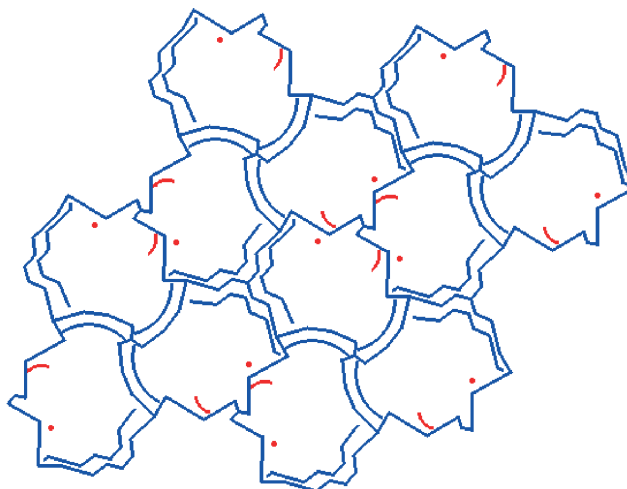
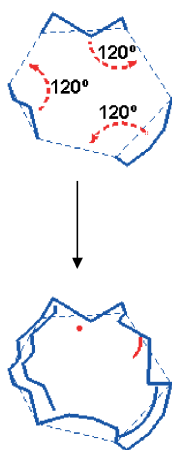
Método A: Para teselas hexagonales convexas con dos lados opuestos paralelos e iguales, realizamos las siguientes transformaciones: trazados iguales trasladados uno del otro en los lados paralelos y trazados simétricos respecto a su punto medio en cada uno de los otros lados. Véase como ejemplo el diseño adjunto.



Método B: Las teselas hexagonales con lados opuestos paralelos e iguales dos a dos, pueden transformarse con trazados trasladados uno del otro en los lados opuestos. Véase el siguiente *pato* de ejemplo.

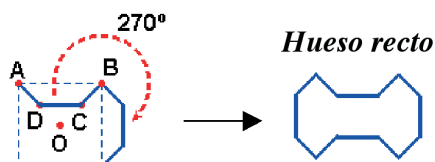


Método C: Las teselas hexagonales con lados consecutivos iguales dos a dos y formando entre sí ángulos de 120° , pueden transformarse con trazados idénticos en los lados iguales, uno girado 120° respecto al otro con centro de giro en el vértice común. Véase como ejemplo esta *cabeza de cómic*.

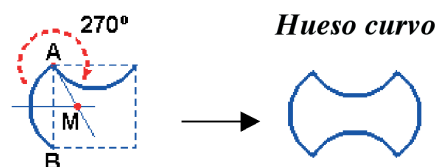
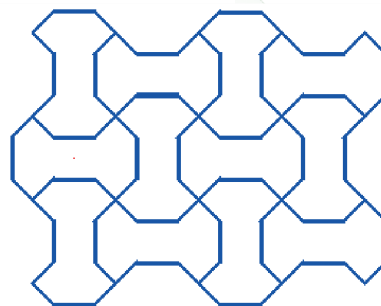


10.2.9. Mosaicos nazaríes

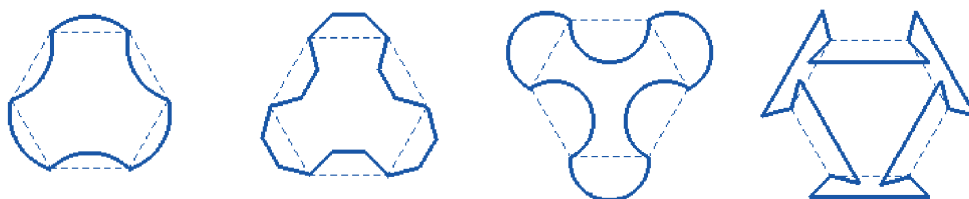
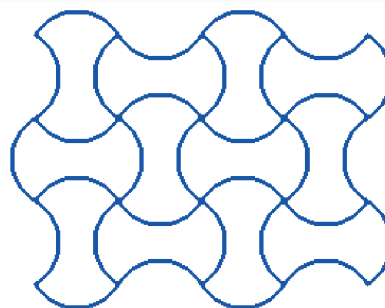
En el arte nazarí se utilizaron una serie de diseños característicos que, posteriormente, se difundieron ampliamente. Parte de ellos se encuentran en muchas zonas del Alcázar. Son diseños que pueden generarse haciendo uso de algunos de los métodos explicados en el epígrafe anterior, y vamos a verlos con detalle en los dibujos siguientes.



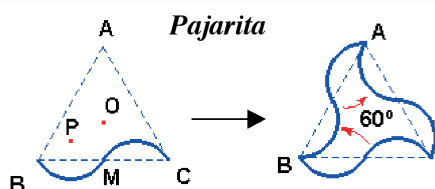
Partimos de un cuadrado. Los puntos C y D son los puntos medios entre B y A y el centro O. La poligonal ADCB se gira 270° con centro en B, y la construcción se repite en los otros dos lados.



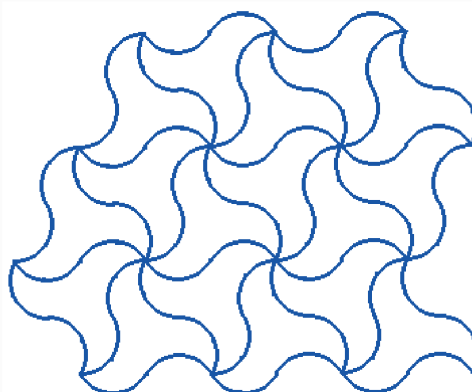
Partimos de un cuadrado. El punto M, centro del arco AB (de 120°), se obtiene como intersección entre la mediatriz de AB y la recta que pasando por A forma un ángulo de 30° con el lado AB. Variando la posición de M en la mediatriz de AB, se obtienen huesos con arcos de distinta amplitud, pero que también teselan el plano.



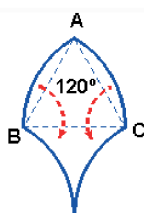
“Trihuesos” diversos



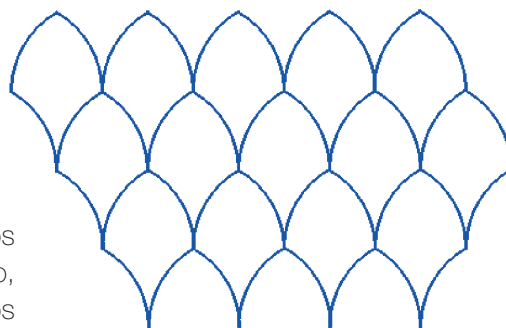
Partimos de un triángulo equilátero. Trazamos el arco BM con centro en P, punto medio entre B y el centro O. Trazamos su simétrico MC respecto a M. Después hacemos copias giradas de estos dos arcos en los otros dos lados, tomando centro en B y A, o se repite la construcción en BA y AC.



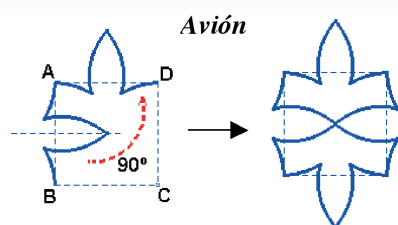
Pétalo



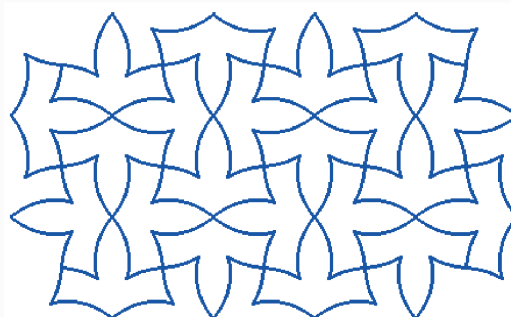
Partimos de un triángulo equilátero. Trazamos los arcos AB, con centro en C, y AC con centro en B. Luego, hacemos copias giradas 120° respecto a B y C de los arcos anteriores.



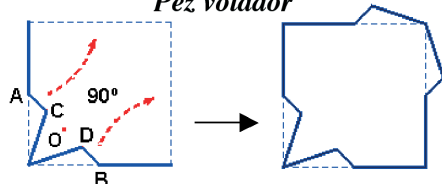
Avión



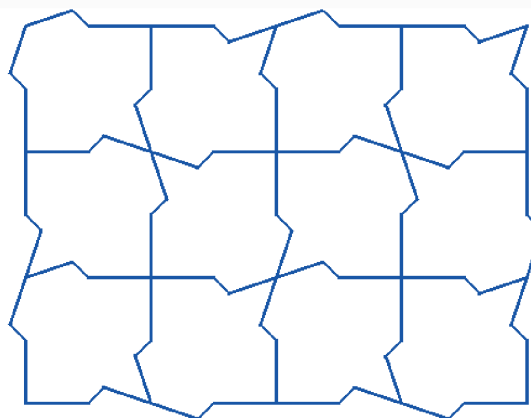
Partimos de un cuadrado. Los cuatro arcos que sustituyen al lado AB son simétricos respecto a su mediatriz y se giran 90° con centro en A hasta coincidir con AD. La construcción se repite en los otros dos lados.



Pez volador



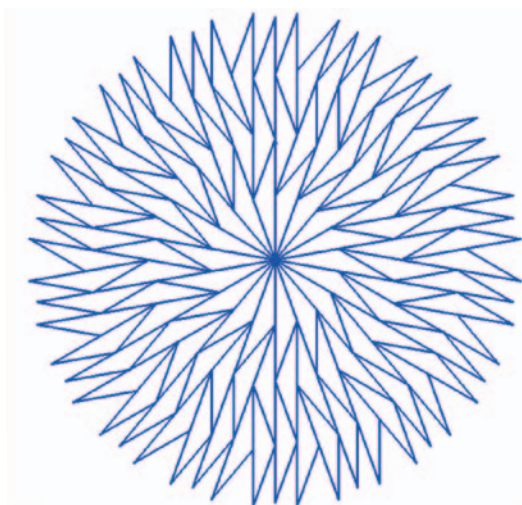
Partimos de un cuadrado. Sustituimos dos lados concurrentes por dos poligonales, tal como se ve en el dibujo, usando sus puntos medios A y B, y los puntos C y D que, junto con el O, dividen AB en cuatro partes iguales. Después, dos giros trasladan estas poligonales a los otros lados.



10.2.10. Rosetones infinitos con todas las teselas iguales

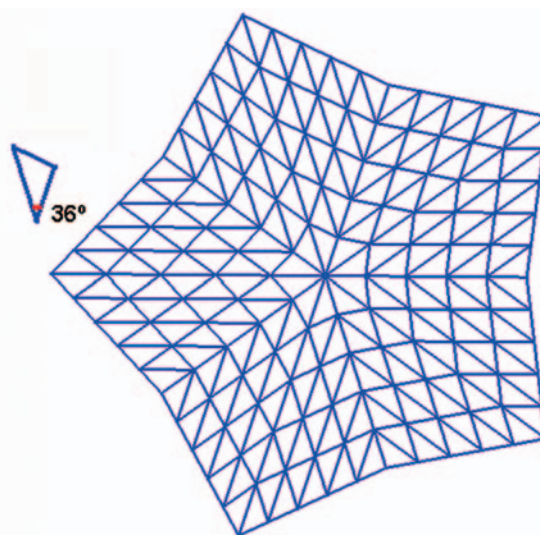
Traemos aquí algunos ejemplos de estos mosaicos no periódicos hechos con un solo tipo de teselas, como los anteriores, pero dispuestas en forma radial alrededor de un punto en sucesivas capas. Veremos distintos casos a partir de teselas poligonales.

Con triángulos

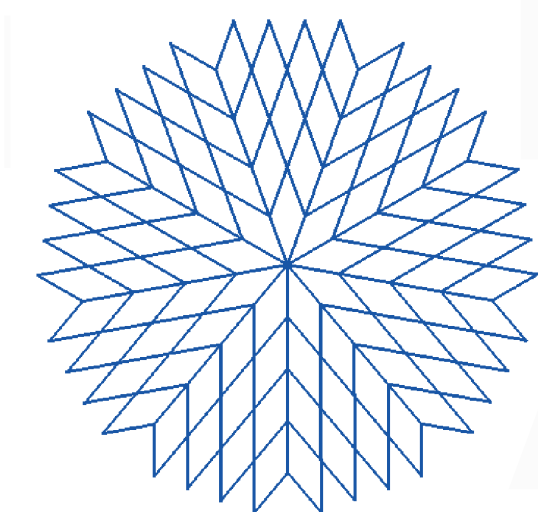


A partir de un triángulo isósceles y obtusángulo, y tomando los ángulos iguales con una medida que quepa un número entero de veces en una vuelta ($360^\circ/n$, 20° en el ejemplo), se pueden obtener rosetones similares al del dibujo, que pueden extenderse indefinidamente hacia afuera.

Con un triángulo cualquiera que tenga un ángulo de medida $180/n$ (36° en el dibujo) podemos conseguir un mosaico de este tipo utilizando la tesela y su simétrica respecto a uno de los lados.

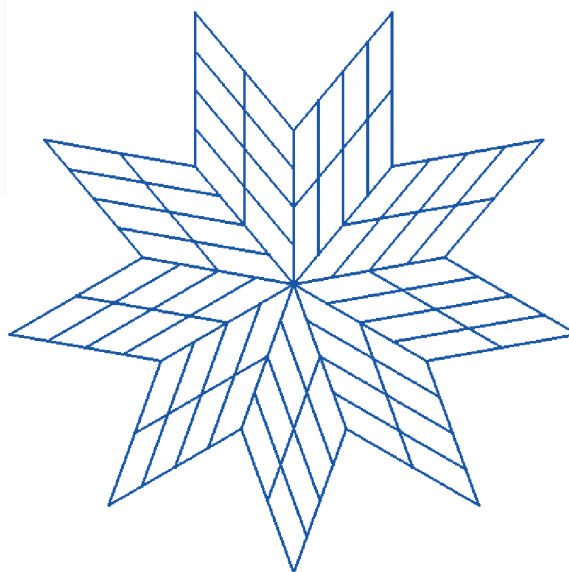


Con rombos y dobles-rombos

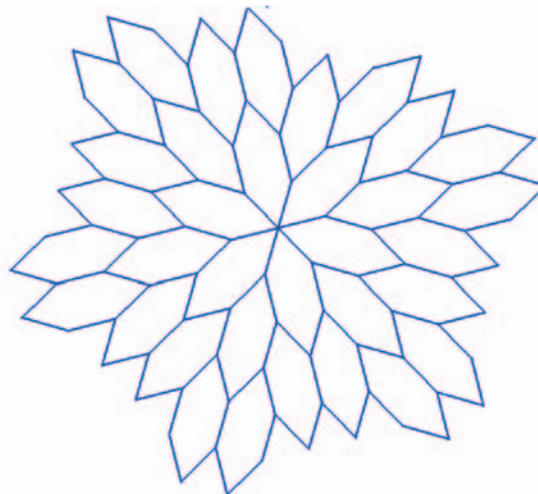
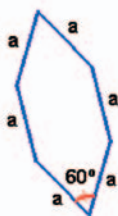


A partir de rombos con ángulos adecuados ($360^\circ/n$, 40° en el ejemplo), se pueden obtener rosetones similares al del dibujo.

También se pueden obtener mosaicos de este tipo con paralelogramos “doble rombo” como éste.



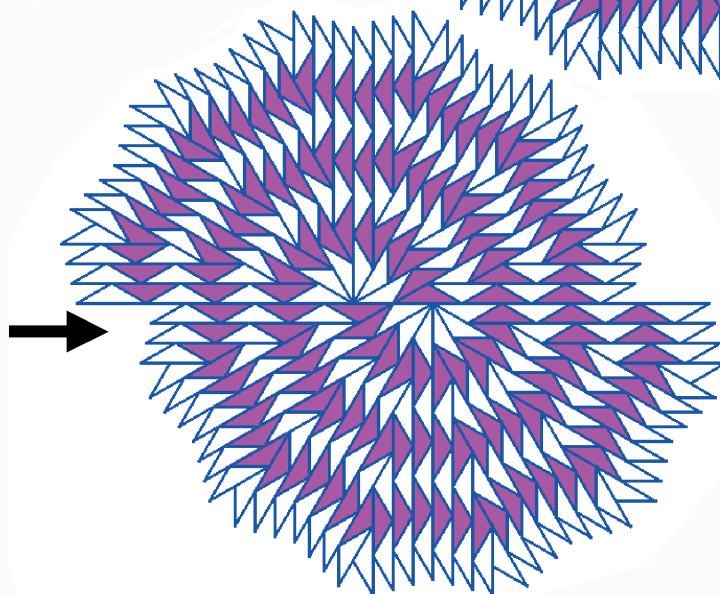
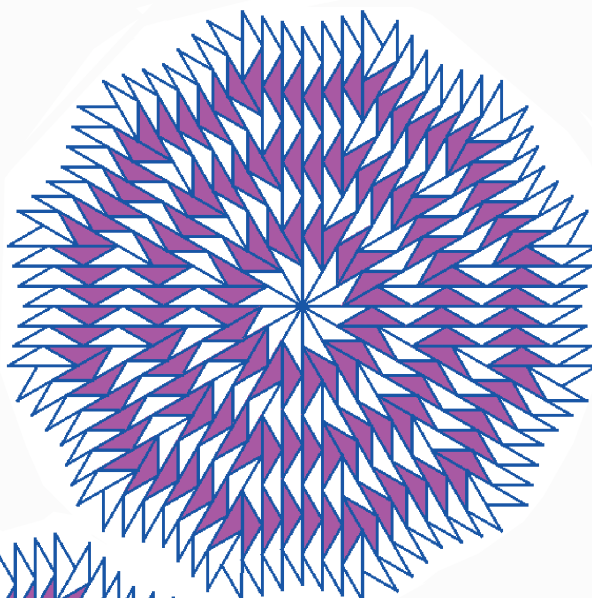
Con hexágonos



Aquí tenemos otro ejemplo con un hexágono equilátero de lados paralelos dos a dos y con dos ángulos opuestos de 60° . Naturalmente, en lugar de 60° podríamos haber utilizado $360/n$ con cualquier n entero.

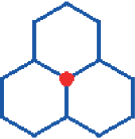
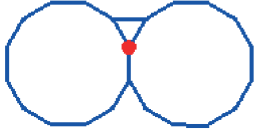
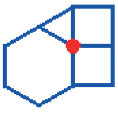
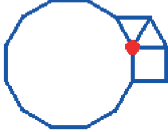
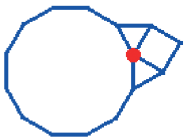
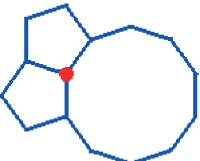
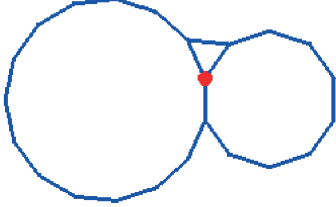
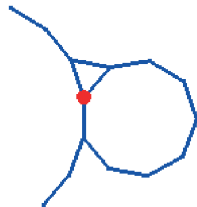
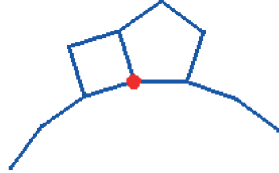
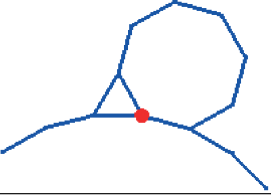
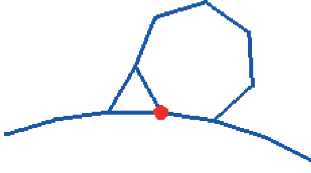
Con aspecto de espiral

Algunos de estos rosetones infinitos presentan líneas de fractura que permiten desplazar una parte del mosaico, resultando otro con diseño espiral. Vemos a continuación un ejemplo en el que hemos coloreado, para distinguirlas, las sucesivas capas. Las teselas son triángulos isósceles con dos ángulos de 30° .



10.3. Mosaicos con más de un tipo de teselas

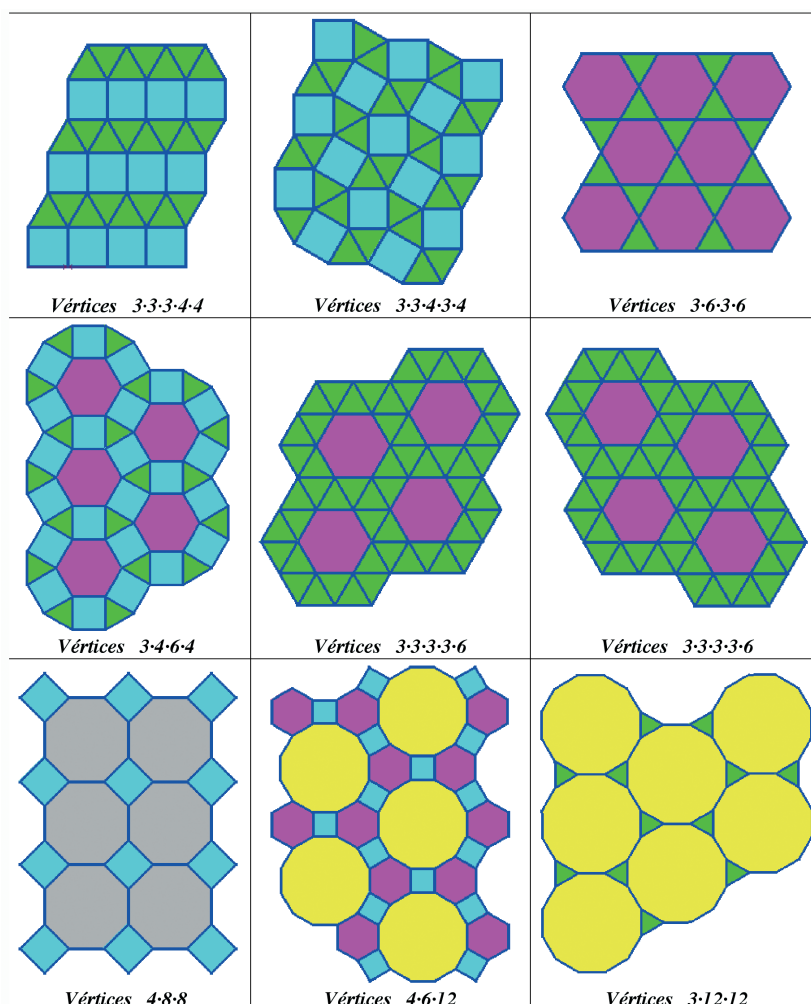
Vamos a ver algunos de ellos, basados en polígonos regulares unidos vértice a vértice. Como la suma de los ángulos que concurren en cada vértice debe dar 360° , sólo son posibles ciertas disposiciones de polígonos, concretamente las 21 del cuadro siguiente. Para identificar los distintos tipos de vértices, colocamos los números correspondientes al número de lados de los polígonos que los rodean y en el orden en que aparecen.

I 	II 	III 	1 	2 
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$6 \cdot 6 \cdot 6$	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4$	$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4$
3 	4 	5 	6 	7 
$3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6$	$3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4$	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6$	$4 \cdot 8 \cdot 8$	$4 \cdot 6 \cdot 12$
8 	A 	B 	C 	
$3 \cdot 12 \cdot 12$	$3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6$	$3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6$	$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12$	
D 	a 	b 	c 	
$3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 12$	$5 \cdot 5 \cdot 10$	$3 \cdot 10 \cdot 15$	$3 \cdot 9 \cdot 18$	
d 	e 	f 		
$4 \cdot 5 \cdot 20$	$3 \cdot 8 \cdot 24$	$3 \cdot 7 \cdot 42$		

Los tres primeros tipos de vértice (I-II-III) son los de los mosaicos regulares y los ocho siguientes (1-2-3-4-5-6-7-8) corresponden a los mosaicos llamados semirregulares, que veremos en el epígrafe siguiente. Los cuatro siguientes (A-B-C-D) no permiten hacer mosaicos de un sólo tipo de vértices con polígonos regulares, pero sí en combinación con otros tipos, como veremos en los ejemplos del epígrafe 10.3.2. Finalmente, con los seis últimos tipos (a-b-c-d-e-f) no es posible formar mosaicos vértice a vértice de polígonos regulares, ni siquiera mezclando varios tipos de vértices.

10.3.1. Mosaicos semirregulares

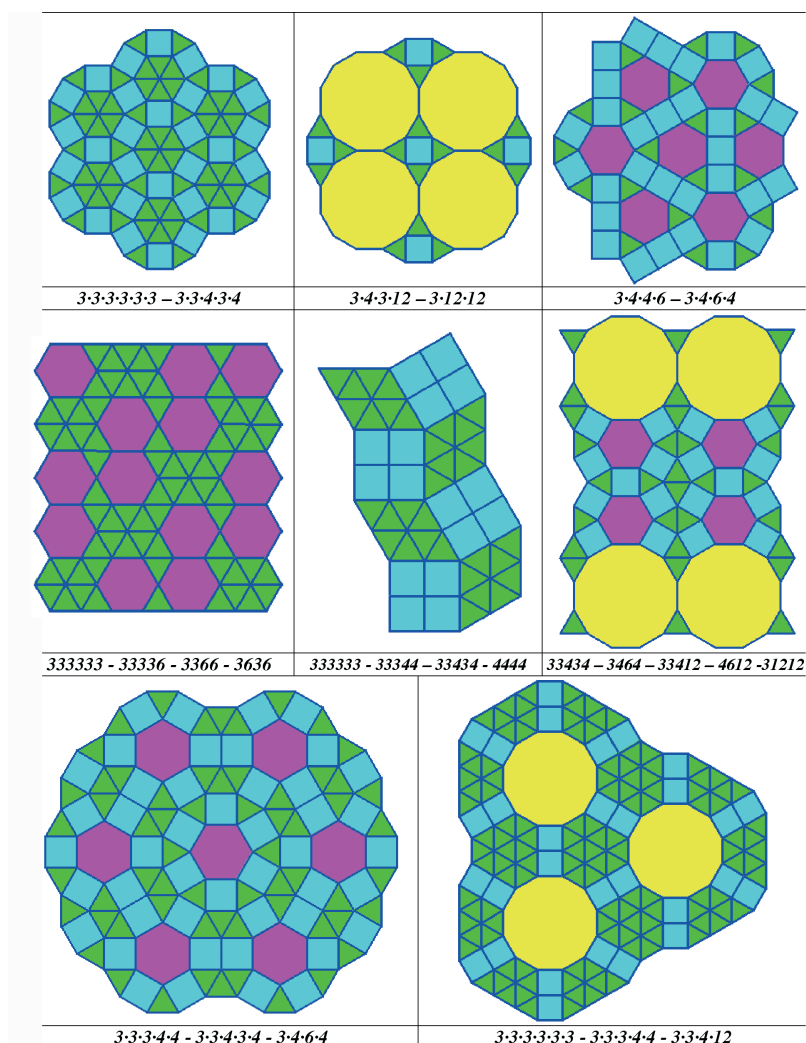
Un mosaico se llama semirregular si está formado por dos o más tipos de polígonos regulares todos unidos vértice a vértice, y en todos sus vértices tiene la misma disposición de polígonos (los mismos polígonos y en el mismo orden).



Observa que para el tipo de vértice 3-3-3-3-6 son posibles dos mosaicos que no se pueden superponer. Cada uno es imagen especular del otro.

10.3.2. Otros mosaicos con polígonos regulares

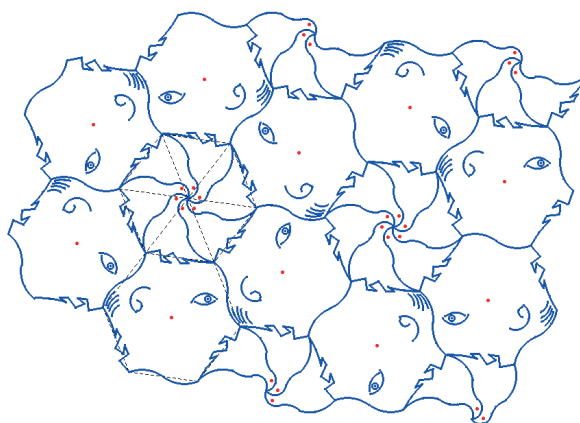
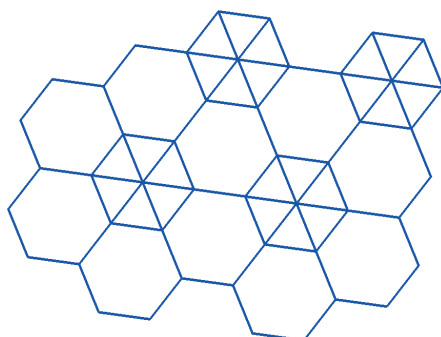
Si no exigimos la misma disposición de polígonos en todos los vértices, existen infinitos mosaicos con dos, tres o más tipos de vértices. Encontrar y/o dibujar algunos de estos mosaicos puede ser una tarea interesante para proponer a nuestros alumnos. Veamos algunos ejemplos.



10.3.3. Con polígonos modificados

Usando técnicas de las vistas en el epígrafe 10.2.8, podemos modificar las teselas de los mosaicos compuestos de varios polígonos distintos, para conseguir formas variadas no poligonales y que pueden parecerse a objetos, animales, etc. Observa el ejemplo siguiente, obtenido a partir de un mosaico de triángulos y hexágonos regulares con dos tipos de vértices:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - 3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6$$





11

APÉNDICE F – CÁLCULO DE ALTURAS

11.1. Utilizando el teorema de Thales

11.2. Utilizando trigonometría



APÉNDICE F - CÁLCULO DE ALTURAS

Para calcular alturas de forma indirecta existen básicamente dos procedimientos: los que utilizan el teorema de Thales y los que utilizan la Trigonometría.

11.1. Utilizando el teorema de Thales

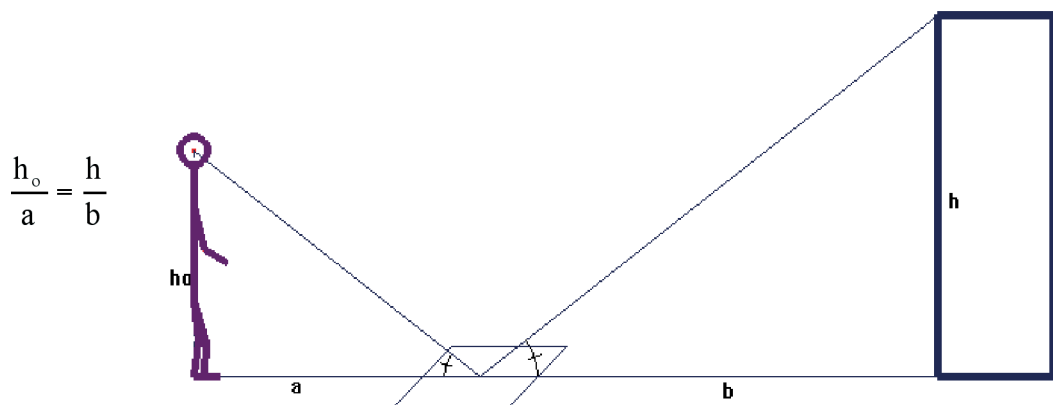
Aplicando el teorema de Thales, podemos medir alturas utilizando distintos instrumentos. Vamos a ver algunos de ellos, cómo se construyen y cómo se utilizan.

11.1.1. Con espejo

Usando un espejo podemos medir alturas, tanto de pie accesible como de pie inaccesible.

- **Pie accesible**

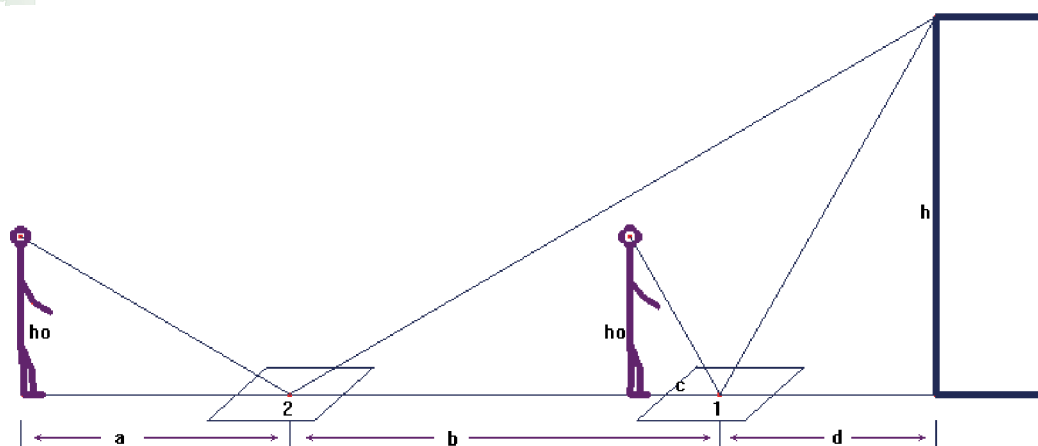
Colocamos el espejo en el suelo a una distancia b del edificio cuya altura queremos medir, y nos desplazamos en dirección contraria, hasta que en el espejo observemos (teniendo derecho el cuerpo) la parte más alta del edificio. De esta forma obtenemos dos triángulos rectángulos semejantes y podemos hallar la altura del edificio h , conociendo, por supuesto, nuestra altura h_o y midiendo las distancias a y b .



- **Pie inaccesible**

En este caso, tendremos que hacer una doble observación. Es decir, miraremos dos veces por el espejo (posiciones 1 y 2) y tendremos cuatro triángulos semejantes dos a dos, con lo que podremos obtener h .





$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_o}{a} = \frac{h}{b+d} \\ \frac{h_o}{c} = \frac{h}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{h_o}{a} = \frac{h}{b + \frac{c \cdot h}{h_o}} \Rightarrow h_o b + c h = a h \Rightarrow h = \frac{h_o b}{a - c}$$

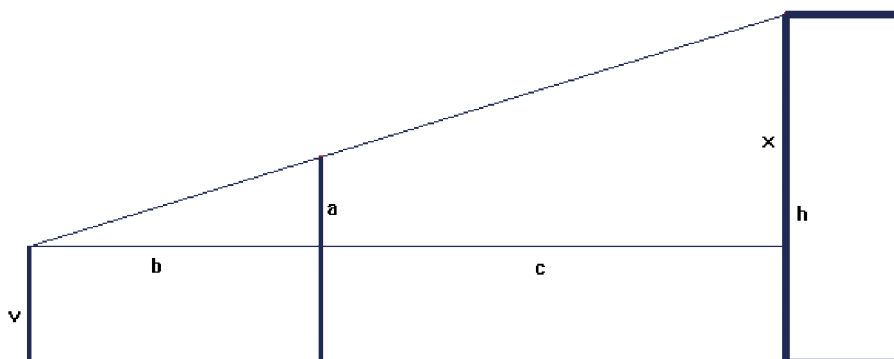
11.1.2. Con dos varas

Usando dos varas o estacas de distinta longitud podemos medir alturas con pie accesible. Para ello tendremos que colocar perpendicularmente en el suelo, a distancia c del edificio cuya altura queremos medir, la vara más larga. Luego, nos alejamos y ponemos la más corta (v). Podremos obtener h como sigue.

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{b+c} \Rightarrow$$

$$x = \frac{a(b+c)}{b} \Rightarrow$$

$$h = v + x$$



11.1.3. Con báculo de Jacob

El báculo de Jacob, también llamado ballestilla, es uno de los instrumentos que existen para la medición indirecta de alturas. Consiste en dos barras colocadas en forma de cruz, de forma que una de ellas puede desplazarse a lo largo de la otra. Este instrumento fue muy utilizado en la Edad Media.



De un libro de navegación español 1552

Construcción

Para construir el báculo de Jacob necesitamos:

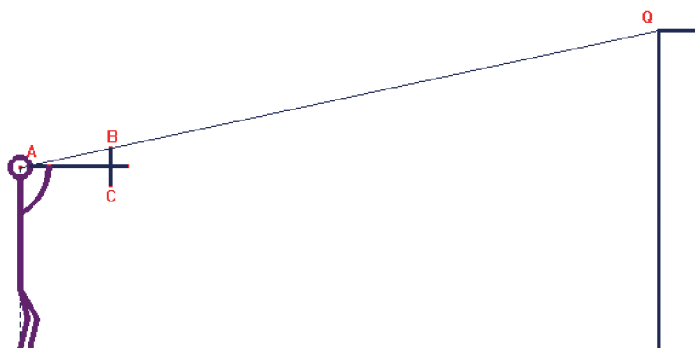
- Un listón de madera de 105 cm de longitud y sección cuadrada de 4 cm.
- Una pieza de madera de 28 cm de largo, 8 cm de ancho y 4 cm de fondo en la que haremos un agujero central de 4x4 cm (ésta será la pieza movible).
- Tres clavos y un nivel.

Podemos graduar el listón en centímetros o, también, podemos hacerlo sin graduar y tomar las medidas cada vez. Introducimos el listón por el orificio de la otra pieza de madera, con lo que nos quedará algo así como una cruz, y clavamos los tres clavos en los puntos A, B y C. Sólo nos queda colocar el nivel en un lateral del listón, para asegurarnos que el báculo esté en buena posición cuando lo utilicemos.



Utilización

Para utilizar el báculo de Jacob en la medida de alturas, ponemos el báculo de Jacob con el travesaño (listón pequeño) perpendicular al suelo, y dirigimos una visual AQ a través de los puntos de mira (clavos) A y B. Las medidas y cálculos son los siguientes.

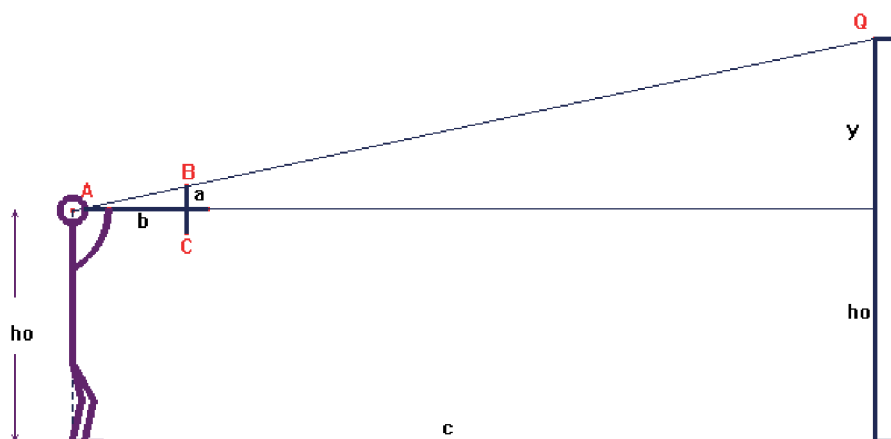


- Con pie accesible

$$\frac{a}{b} = \frac{y}{c}$$

$$y = \frac{a \cdot c}{b}$$

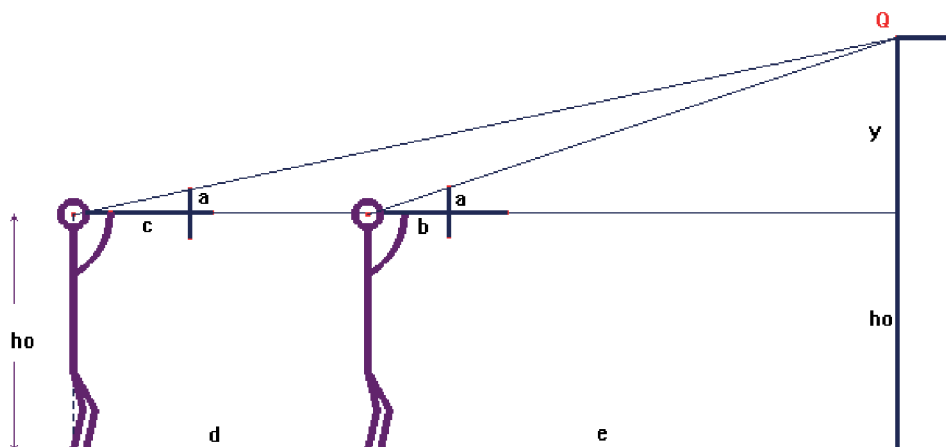
$$h = y + h_0$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{y}{d+e} = \frac{a}{c} \\ \frac{y}{e} = \frac{a}{b} \end{array} \right\} \Rightarrow e = \frac{b \cdot y}{a} \text{ y sustituyendo } \frac{y}{d + \frac{by}{a}} = \frac{a}{c} \Rightarrow cy = ad + by \Rightarrow$$

$$y = \frac{ad}{c-b} \text{ y luego } h = y + h_0$$



11.1.4. Con astrolabio

El astrolabio es un instrumento muy antiguo. Sus antecedentes se pueden rastrear hasta el siglo II a.C., época en la que el astrónomo y matemático griego Hiparco desarrolló una primitiva configuración de esta herramienta, aunque la primera descripción que se conoce sobre la construcción y uso del astrolabio data del siglo VI de nuestra era.

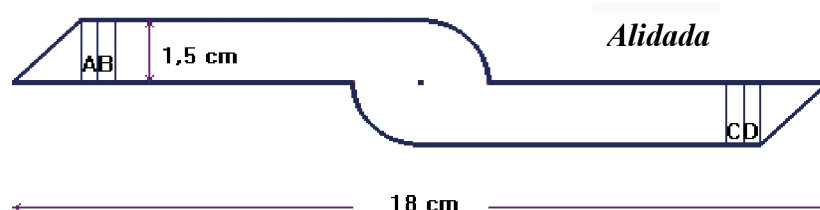
El astrolabio es un círculo, generalmente de metal, dividido en cuatro partes por dos diámetros perpendiculares de forma que en cada uno de los dos cuadrantes inferiores hay un cuadrado inscrito. De estos cuadrados, los lados que no están contenidos en los diámetros se llaman **umbra versa** (lado vertical) y **umbra recta** (lado horizontal) y están divididos en 12 partes iguales. En la parte superior del astrolabio hay una anilla para sostener el instrumento perpendicularmente al suelo. También tiene una "alidada" o regla móvil que puede girar alrededor del centro del círculo. La alidada tiene en sus extremos dos "mirillas" (pínulas) para dirigir las visuales.



Construcción

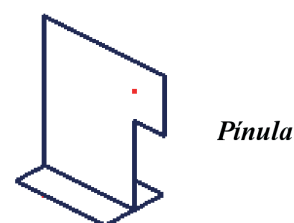
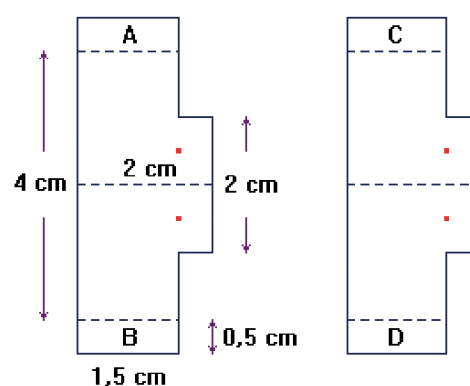
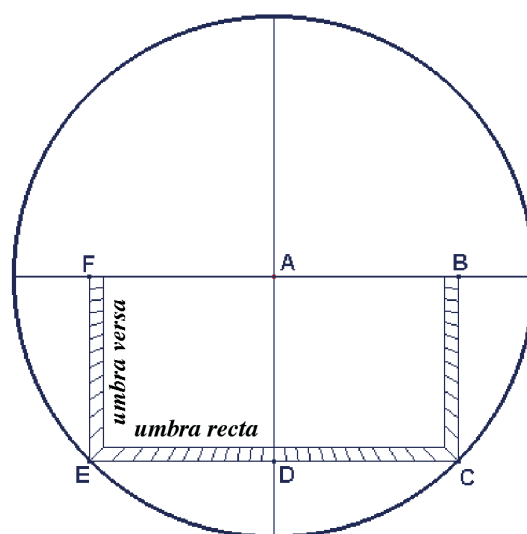
Para construir el astrolabio necesitamos:

- Una chapa circular de madera de 18 cm de diámetro.
- Una “alidada” construida en panel como la de la siguiente figura.
- Cartulina, tijeras, una aguja, tornillo, anilla y pegamento



Empezamos dibujando en la chapa circular de madera dos diámetros perpendiculares y dos cuadrados ABCD y ADEF. Luego dividimos los lados FE, ED, DC y BC en 12 partes iguales, tal como se ve en la figura.

Después completamos la alidada construyendo en cartulina dos piezas idénticas, como las de la figura siguiente. Acto seguido las recortamos, las doblamos por la línea de puntos central y las pegamos hasta obtener las “pínulas”. Nos deben quedar como la de la figura inferior. Después las pegaremos sobre la alidada, haciendo coincidir las pestañas en las zonas con las mismas letras: A y B, y C y D. El punto rojo indica un agujero, nuestra mirilla, que haremos con una aguja.



Utilización

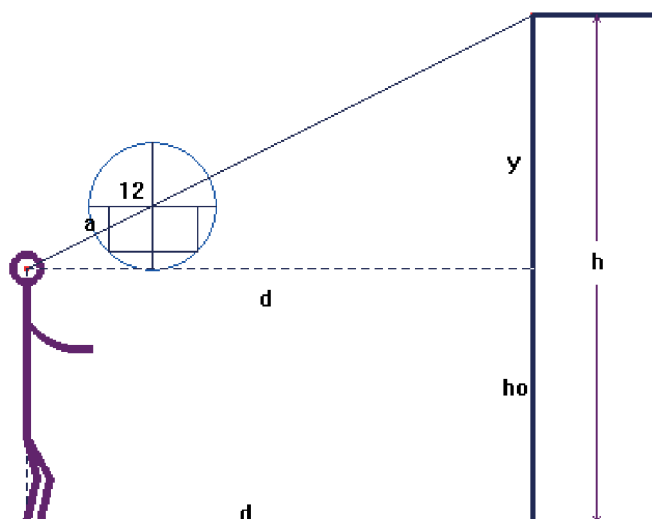
Si dirigimos una visual por los orificios de las pínulas a la parte más alta de un edificio, podemos observar que la alidada determina sobre el astrolabio un triángulo rectángulo. Los catetos de ese triángulo se pueden medir directamente, utilizando como unidad de medida cada una de las doce partes en que están divididas la umbra versa y la umbra recta. El procedimiento sigue como se detalla en los siguientes cálculos y dibujos.

- Con pie accesible

$$\frac{a}{12} = \frac{y}{d}$$

$$y = \frac{a \cdot d}{12}$$

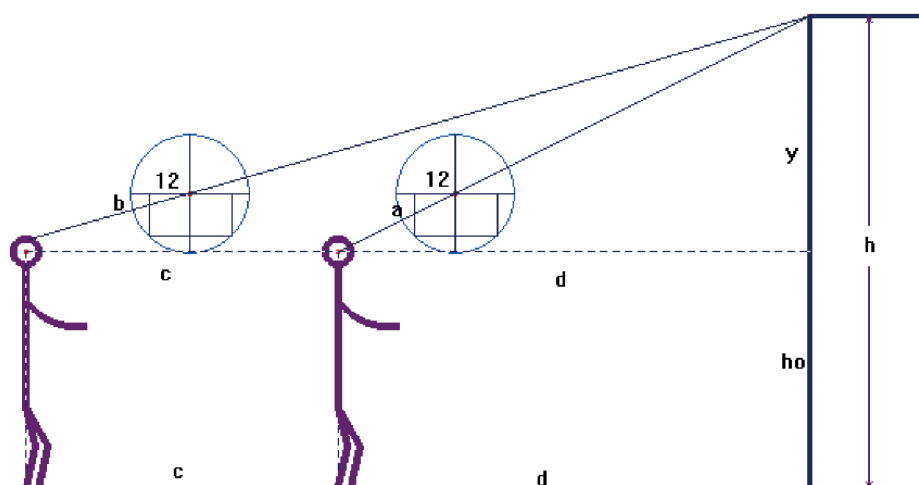
$$h = y + h_0$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\frac{y}{d+c} = \frac{b}{12} ; 12y = bd + bc \rightarrow 12y = \frac{12b}{a}y + bc \rightarrow 12ay = abc + 12by \rightarrow y = \frac{abc}{12(a-b)}$$

$$\frac{y}{d} = \frac{a}{12} ; d = \frac{12}{a}y \quad \uparrow \quad h = y + h_0$$

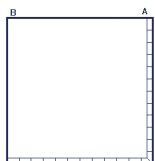


11.1.5. Con cuadrante

El cuadrante consta de un marco cuadrado con dos lados contiguos graduados (a veces se dividen en 12 partes iguales), una “mirilla” para dirigir visuales, que puede estar formada por dos pínulas o por un tubo fino hueco, colocada en uno de los lados no graduados, y una plomada.

Construcción

Para construir un cuadrante necesitamos:

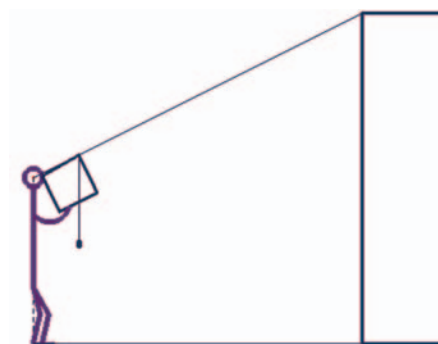


- Una pieza de madera de 20x20cm.
- Dos cáncamos o un tubo fino hueco.
- Tanza (hilo de pescar) y algo que pese y pueda servir de plomada, como un tornillo, una tuerca o una moneda con un agujero central.

Empezaremos graduando los dos lados contiguos del cuadrado de madera. Colocaremos en los puntos A y B los dos cáncamos, o el tubito hueco, y además ataremos el hilo con la plomada colgando del punto A.

Utilización

Para utilizar el cuadrante, lo colocaremos como en la figura, dirigiendo la visual al punto más alto del edificio cuya altura queremos medir y teniendo cuidado de que el plano del cuadrante sea perpendicular al suelo. Observa que la plomada del cuadrante determina en el mismo un triángulo rectángulo en el que las longitudes de sus catetos son conocidas.



Veamos ahora el procedimiento para medir alturas con el cuadrante, dependiendo de si son de pie accesible o inaccesible.

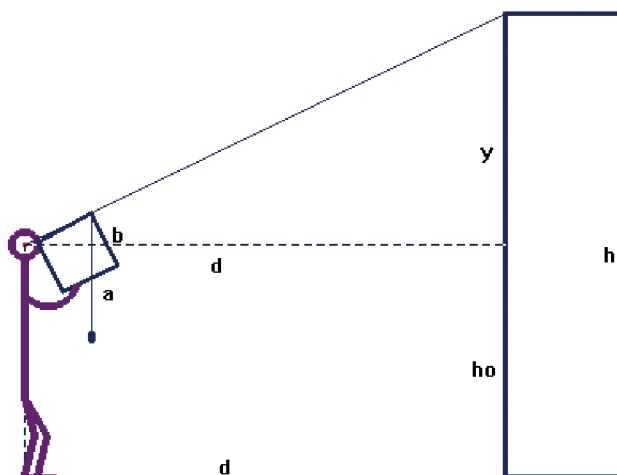
• Con pie accesible

Por semejanza de triángulos

$$\frac{a}{b} = \frac{y}{d}$$

$$y = \frac{a \cdot d}{b}$$

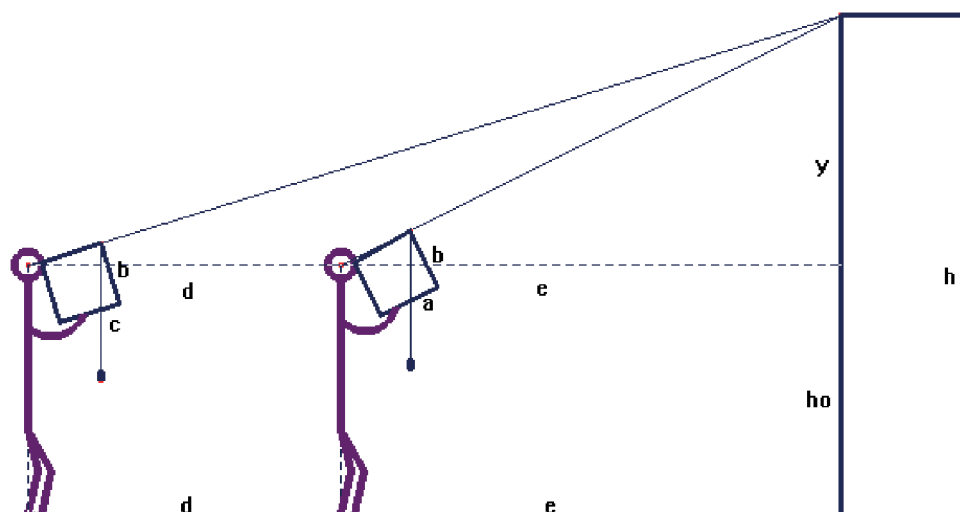
$$h = y + h_0$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\frac{y}{d+e} = \frac{c}{b} ; \quad by = cd + ce \rightarrow by = cd + \frac{bc}{a}y \rightarrow aby = acd + bcy \rightarrow y = \frac{acd}{b(a-c)}$$

$$\frac{y}{e} = \frac{a}{b} ; \quad e = \frac{b}{a}y \quad \uparrow \quad h = y + h_o$$



11.1.6. Con hipsómetro o cuadrante geométrico

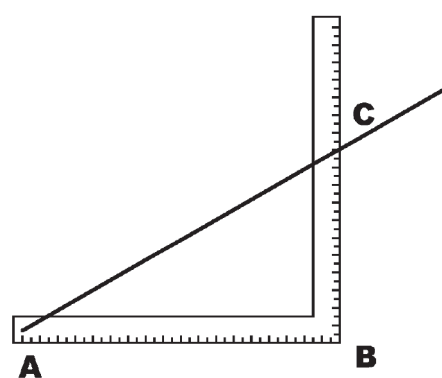
El hipsómetro o cuadrante geométrico es bastante parecido al cuadrante. Está formado por una escuadra con sus dos brazos graduados y una alidada, que gira alrededor del extremo de uno de los brazos, para dirigir visuales.

Construcción

Para construir un hipsómetro necesitamos:

- Dos listones de madera de 30 cm cada uno.
- Un tubo fino hueco de unos 45 cm de largo.
- Puntillas, tornillo y un nivel.

Construiremos una escuadra con brazos AB y BC graduados de unos 30 cm. Colocaremos una varilla hueca AC (o listón con dos puntos de mira) articulada en A. En el brazo horizontal de la escuadra deberemos poner un nivel para asegurar una correcta posición del aparato.



Utilización

Para utilizar el hipsómetro, lo colocaremos como en las figuras, dirigiendo la visual al punto más alto del edificio cuya altura queremos medir y teniendo cuidado de que el nivel indique que el listón está horizontal. Podemos observar que se forma en el aparato un triángulo rectángulo cuyos catetos conocemos.

Veamos ahora el procedimiento empleado para medir alturas con el hipsómetro, dependiendo de si son de pie accesible o inaccesible.

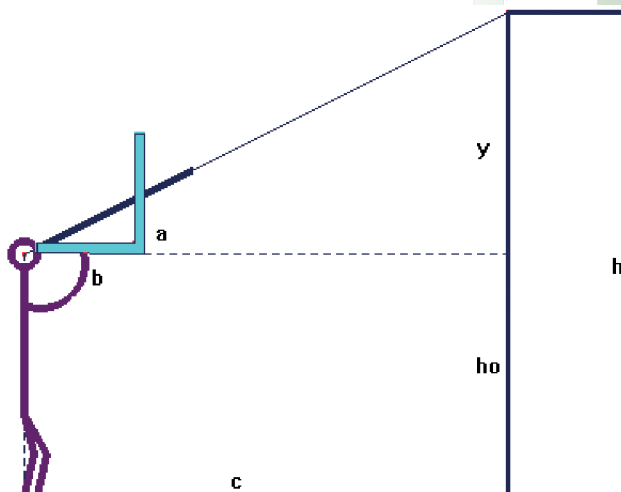
- Con pie accesible

Por semejanza de triángulos

$$\frac{a}{b} = \frac{y}{c}$$

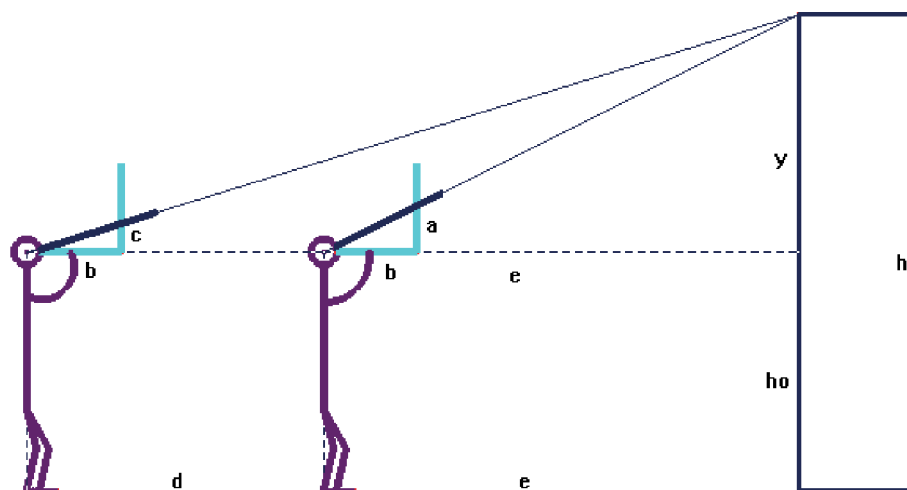
$$y = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$h = y + h_o$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\begin{aligned} \frac{y}{d+e} &= \frac{c}{b} ; & by &= cd + ce \rightarrow by = cd + \frac{bc}{a}y \rightarrow aby = acd + bcy \rightarrow y = \frac{acd}{b(a-c)} \\ \frac{y}{e} &= \frac{a}{b} ; & e &= \frac{b}{a}y \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ \text{ } \end{array} \quad \begin{array}{l} h = y + h_o \end{array}$$



11.2. Utilizando trigonometría

Podemos calcular alturas aplicando algunas fórmulas trigonométricas elementales y utilizando distintos instrumentos de medida de ángulos. Vamos a ver algunos de ellos, cómo se construyen y cómo se utilizan.

11.2.1. Con cuadrante goniométrico

Este cuadrante es un instrumento para medir ángulos en vertical. Se llama así porque consiste en una placa en forma de cuarto de círculo. En uno de los lados hay dos mirillas (para dirigirlo hacia el punto deseado) y el arco está graduado. Del vértice cuelga una plomada que indica la dirección vertical. La lectura se obtiene de la posición de la cuerda de la plomada sobre el arco graduado.

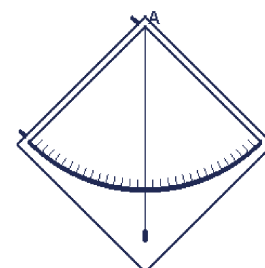


Cuadrante náutico
Siglo XVI

Construcción

Para construir un cuadrante goniométrico necesitamos:

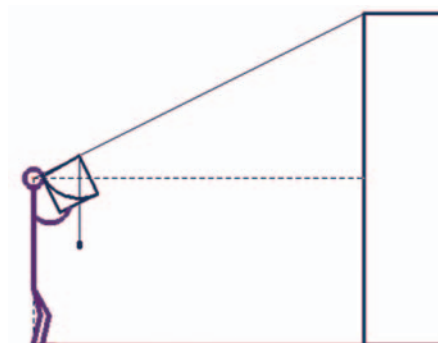
- Un cuadrado de madera fina de 20x20 cm.
- Una tanza y una puntilla.
- Algo que pese y sirva de plomada: una tuerca, tornillo, etc.
- Un semicírculo graduado.
- Un tubo fino hueco o dos cáncamos (mirillas).



Haz una fotocopia ampliada del semicírculo graduado o dibújalo sobre un papel (sólo necesitamos un cuadrante, 90°), y pégalo sobre el cuadrado de madera como se indica en la figura. Justo sobre el centro correspondiente al arco graduado, punto A, clava la puntilla y cuelga la plomada. Sobre el lado superior del cuadrado, coloca el tubo o los cáncamos que nos servirán para dirigir la visual.

Utilización

Sujetaremos el cuadrante de forma que el hilo cuelgue verticalmente, y lo colocaremos de forma que a través de la mirilla se vea la parte más alta de la altura que queramos medir. Justo entonces miramos la medida del ángulo que nos indica el hilo.



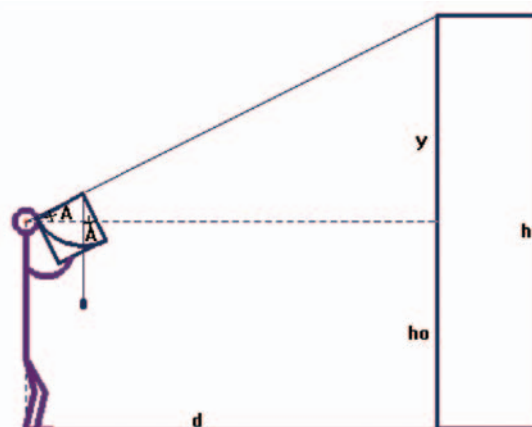
Como en los casos anteriores, el procedimiento empleado para medir alturas con cuadrante goniométrico varía dependiendo de si son de pie accesible o inaccesible.

- Con pie accesible

$$\operatorname{tg} A = \frac{y}{d}$$

$$y = d \cdot \operatorname{tg} A$$

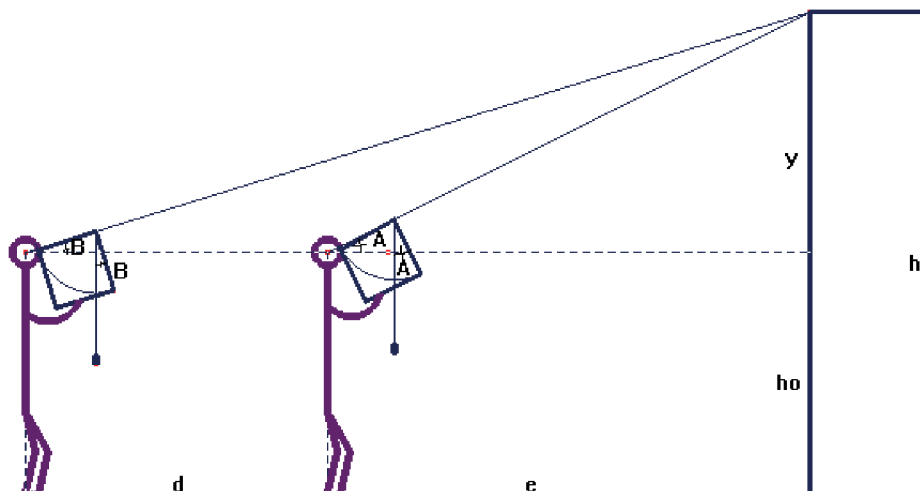
$$h = y + h_0$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\left. \begin{array}{l} y = e \cdot \operatorname{tg} A \\ y = (d + e) \operatorname{tg} B \end{array} \right\} \Rightarrow e = \frac{y}{\operatorname{tg} A} \Rightarrow y = \left(d + \frac{y}{\operatorname{tg} A} \right) \operatorname{tg} B \Rightarrow$$

$$y \operatorname{tg} A = d \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B + y \operatorname{tg} B \Rightarrow y = \frac{d \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} A - \operatorname{tg} B} \Rightarrow h = y + h_0$$



11.2.2. Con goniómetro o teodolito

El goniómetro o teodolito es un aparato que sirve para medir ángulos horizontales y verticales. El primer teodolito fue construido en 1787 por Ramsden. Los antiguos goniómetros eran muy pesados y la lectura de sus limbos (círculos graduados para medir ángulos en grados, minutos y segundos) era muy complicada, larga y fatigosa. Hoy en día los teodolitos son mucho más ligeros y pueden apreciarse ángulos de hasta dos segundos.

Nosotros vamos a construir un teodolito bastante menos preciso y sólo para medir ángulos en vertical, pues lo que queremos calcular son alturas, pero que nos servirá para nuestro objetivo sin excesivo error.

Construcción

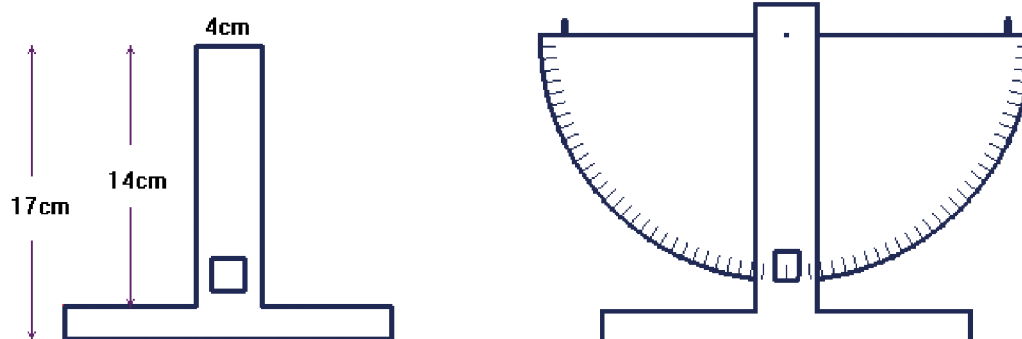
Para construir un teodolito necesitamos:

- Un transportador de ángulos.
- Tres paneles cuadrados de unos 20 cm de lado.
- Una tabla cuadrada de unos 20x20 cm (también puede ser circular).
- Un trípode de una cámara de fotos o similar.
- Un tornillo, dos puntillas o cáncamos (o un tubo fino hueco) y un nivel.



Empezaremos, con ayuda del transportador de ángulos, dibujando sobre un folio una semicircunferencia graduada de 12 cm de radio. Luego cortamos y pegamos el semicírculo en uno de los paneles y recortamos el mismo con la forma del semicírculo graduado. Aquí mediremos los ángulos.

Ahora recortamos en panel dos piezas iguales a la de la figura izquierda de abajo. El cuadradito de abajo es un agujero por el que veremos la medida del ángulo. Estas dos piezas se pegarán verticalmente sobre la tabla cuadrada, en el centro de la misma y separadas 1 cm entre sí, de forma que podamos atornillar entre ellas el semicírculo en la parte superior, y poner el tubo o las mirillas en la parte de arriba del semicírculo.



Por último colocaremos la tabla sobre el trípode y fijaremos sobre ella un nivel, para asegurarnos que está horizontal. Si también quisiéramos medir anchuras, podríamos poner un círculo graduado sobre la tabla, con un tornillo en el centro, y sobre él nuestra pieza vertical. Así al girar tendríamos también ángulos en horizontal y sería un "auténtico" teodolito.

Utilización

Colocaremos el teodolito sobre su trípode de forma que esté totalmente vertical, y dirigiremos la visual a la parte más alta del lugar a medir. Entonces miraremos en el cuadradito y ahí tendremos nuestro ángulo.

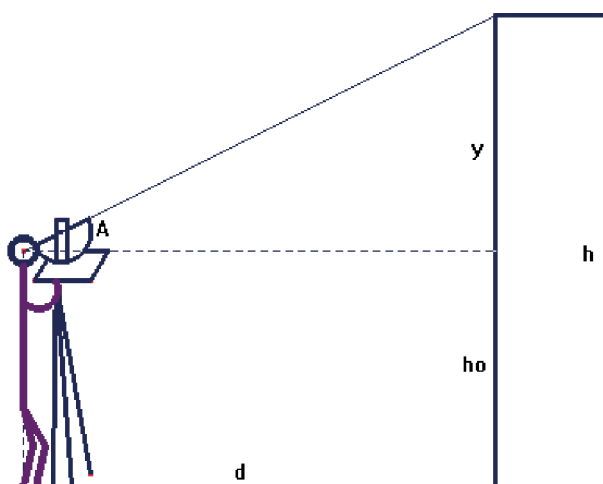
Veamos ahora los procedimientos y cálculos necesarios para medir alturas con teodolito, dependiendo de si son de pie accesible o inaccesible.

• Con pie accesible

$$\operatorname{tg} A = \frac{y}{d}$$

$$y = d \cdot \operatorname{tg} A$$

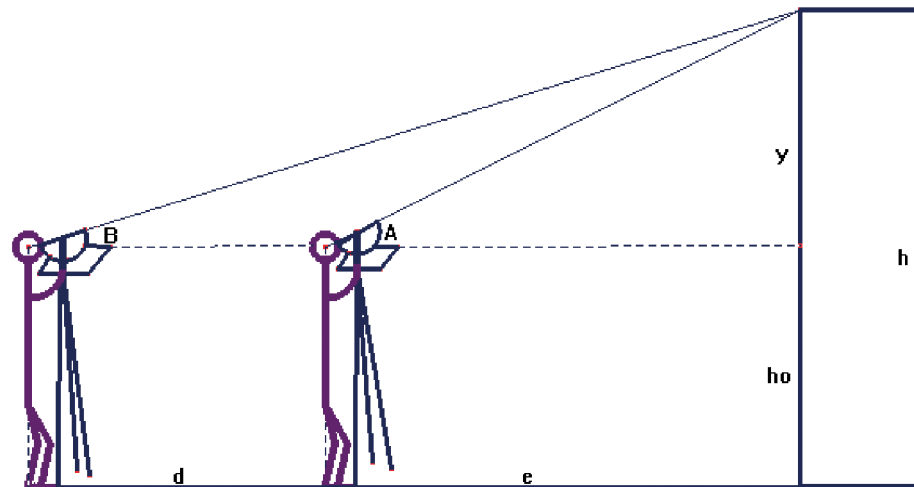
$$h = y + h_0$$



- Con pie inaccesible (tendremos que hacer dos observaciones)

$$\left. \begin{array}{l} y = e \cdot \operatorname{tg} A \\ y = (d + e) \operatorname{tg} B \end{array} \right\} \Rightarrow e = \frac{y}{\operatorname{tg} A} \Rightarrow y = \left(d + \frac{y}{\operatorname{tg} A} \right) \operatorname{tg} B \Rightarrow$$

$$y \operatorname{tg} A = d \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B + y \operatorname{tg} B \Rightarrow y = \frac{d \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} A - \operatorname{tg} B} \Rightarrow h = y + h_0$$





12

BIBLIOGRAFÍA

Geometría en los Reales Alcázares de Sevilla





BIBLIOGRAFÍA

Alsina, Pérez y Ruiz. *"Simetría dinámica"*. Editorial Síntesis. Madrid 1989

Aranda Ballesteros y De la Fuente Martos. *"Matemáticas, Naturaleza y Arte"*. Edita Junta de Andalucía. Córdoba 2001.

Arribas, A. y Riviére, V. *"Taller de Astronomía"*. Edite Equipo Sirius. Madrid 1993.

Arriera, C. y García, I. *"Descubrir la Geometría del entorno con Cabri"*. Narcea S.A. de Ediciones. MEC. Madrid 2000.

Bueno Manso, F. y Elías Bonell, J. *"Jardines y parques de Sevilla"*. Editorial Andaluza de Periódicos Independientes. Sevilla 2000.

Colectivo de profesores de Matemáticas Rey Heredia. *"Gymkhana Matemática por Córdoba"*. Junta de Andalucía. Córdoba 2000.

De La Fuente Martos, M. *"Guía Didáctica para una visita matemática a la Mezquita de Córdoba"*. Edita S.A.E.M. Thales. Córdoba 2000.

Fatás, G. y Borrás, G.M. *"Diccionario de términos de arte y elementos de arqueología, heráldica y numismática"*. Alianza Editorial. Madrid 2001.

Frabetti, C. *"Juegos de ingenio"*. Bruguera Libro Práctico. Barcelona 1981.

Frías, Paz, Río y Vidal. *"Matemáticas de 3º de ESO"*. Editorial Edelvives. Zaragoza 1995.

Frías, Paz, Río y Vidal. *"Matemáticas de 4º de ESO"*. Editorial Edelvives. Zaragoza 1995.

Gabinete Pedagógico de Bellas Artes. *"Reales Alcázares de Sevilla"*. Junta de Andalucía. Consejería de Educación y Ciencia. Consejería de Cultura y Medio Ambiente. Sevilla 1997.

González, Llorente y Ruiz. *"Matemáticas de 3º de E.S.O"*. Editorial Editex S. A. Madrid 1998.

González Monsalve, M. y Palencia Cortés, J. *"Dibujo Técnico I, trazado geométrico"*. Editorial Grafitrés S.L. Sevilla 1996.

González Ramírez, M.I.. *"El trazado geométrico en la ornamentación del Alcázar"*. Universidad de Sevilla. Consejería de Obras Públicas y Transportes. Sevilla 1995.

Grupo Cero. *"Matemáticas de Bachillerato. Vol.2"*. Roberto Guillén Editor. Valencia 1978.

Malin, F. *"Mirar un cuadro"*. Herman Blume Ed. Madrid 1983



Marín Fidalgo, Ana. *"El Alcázar de Sevilla bajo los Austrias"* (2 volúmenes). Ediciones Guadalquivir. Sevilla 1990.

Meavilla Seguí, V. *"Medir sin esfuerzo"*. Alhambra Longman. Madrid. 1995.

Morales Larrubia, J. *"Proporción Cordobesa. Unidad Didáctica basada en la investigación sobre las constantes arquitectónicas locales, desarrollada por el insigne arquitecto D. Rafael de La-Hoz Arderius"*. Editado por la Junta de Andalucía. Córdoba 2001.

Núñez Castain, R. *"Movimientos en el plano"*. Recursos Didácticos. Proyecto Thales-CICA.

Steinhaus, H. *"Instantáneas Matemáticas"*. Biblioteca Científica Salvat. Barcelona 1984.

Varios autores. *"La Alhambra"*. Revista Épsilon. S.A.E.M. THALES. Granada 1995.

Varios autores. *"Taller de Matemáticas. 2- Actividades sobre formas y figuras"*. MEC. Narcea S.A. de Ediciones. Madrid 1994.

Otros

Diccionario de la Real Academia. DRAE.

Diccionario Básico de la Lengua. Editorial ANAYA.

Enciclopedia Universal Sopena. Editorial Ramón Sopena S. A.

Páginas web

<http://www.iea.es/patri/ayuda3.php>

<http://www.cepmalaga.com/cursos/clasicas/Asistentes/jvn/tecniart.htm>

<http://www.centros5.pntic.mec.es/ies.rambla.de.nogalte>

http://averroes.cec.juntadeandalucia.es/recursos_informaticos/concurso/accesit3/aureo.htm

<http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Teselaciones.htm>

<http://www.geocities.com/SiliconValley/Vista/2212/tesela.html>

<http://www.ucs.mun.ca/~mathed/Geometry/Transformations/frieze.html>

<http://www.geom.umn.edu/~lori/kali/friezegrp.html>

<http://www.joma.org/vol1-2/framecss/rintel/Math/frieze.html>

<http://www.math.nus.edu.sg/aslaksen-projets-nll.pdf.url>

<http://www.geocities.com/liviozuc/pentagons.html>

<http://burtleburtle.net/bob/tile/pentagon.html>

<http://www.uwgb.edu/dutchs/symmetry/symmetry.htm>

<http://www.svsu.edu/~nccolwel/M125.htm>

<http://www.wics.uci.edu/~eppstein/junkyard/tiling.html>

AGRADECIMIENTOS

A **Doña Mercedes Ariza Bogallo**, por su colaboración enviándonos varios ejemplares del libro *"El trazado geométrico en la ornamentación del Alcázar de Sevilla"*, tesis doctoral de Doña M^a Isabel González Ramírez, sin el cuál nuestros comienzos hubieran sido más lentos. También nos facilitó la entrada a la Casa de la Contratación de Sevilla.

A **Doña Casimira González Cortés**, por habernos puesto en contacto con el Departamento de Actividades del Patronato de los Reales Alcázares de Sevilla y por habernos enviado toda la planimetría del Alcázar y el póster de los jardines del Alcázar.

Al **Departamento de Actividades del Patronato de los Reales Alcázares de Sevilla**, por la colaboración prestada en todo momento, concediéndonos permiso para cuantas veces hemos necesitado entrar al Alcázar, enviándonos las revistas *"Apuntes de los Reales Alcázares"* y aportándonos algunos materiales para hacer mejor las fotos. También queremos agradecer aquí la ayuda y el trato amable del personal de seguridad en la realización de nuestro trabajo.

A **Don Francisco Sánchez Canto**, compañero nuestro, que puso a nuestra disposición los dos volúmenes de la obra *"El Alcázar de Sevilla bajo los Austrias"*, de Ana Marín Fidalgo.

